

# **ЗНО як складова системи забезпечення якості освіти**

---

## **Математика**

*Половін Борис Андрійович,  
методист науково-методичного  
відділу Харківського регіонального  
центру оцінювання якості освіти*

# **ЗНО-2020**

---

## **змістовий аспект**

# Програма ЗНО з математики

Затверджено наказом Міністерства освіти і науки України від 26.06.2018 р. № 696.

**Мета ЗНО з математики** – оцінити ступінь підготовленості учасників тестування з математики з метою відбору для навчання у закладах вищої освіти.

**Завдання ЗНО з математики** полягає у тому, щоб оцінити рівень володіння компетентностями учасників:

- ✓ будувати математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ та досліджувати ці моделі засобами математики;
- ✓ здатність виконувати математичні розрахунки (виконувати дії з числами, поданими в різних формах, дії з відсотками, складати та розв'язувати задачі на наближені обчислення, пропорції тощо);
- ✓ перетворювати числові та буквені вирази (розуміти змістове значення кожного елемента виразу, спрощувати вирази та обчислювати значення числових виразів, знаходити числові значення виразів при заданих значеннях змінних тощо);
- ✓ будувати й аналізувати графіки функціональних залежностей, рівнянь та нерівностей, досліджувати їхні властивості;
- ✓ використовувати похідну та інтеграл до розв'язування задач практичного змісту;
- ✓ застосовувати загальні методи та прийоми у процесі розв'язування рівнянь, нерівностей та їхніх систем, аналізувати отримані розв'язки та їхню кількість;
- ✓ розв'язувати текстові задачі та задачі практичного змісту з алгебри і початків аналізу, геометрії;
- ✓ знаходити на рисунках геометричні фігури та встановлювати їхні властивості;
- ✓ знаходити кількісні характеристики геометричних фігур (довжини, величини кутів, площі, об'єми);
- ✓ розв'язувати комбінаторні задачі та обчислювати ймовірності випадкових подій;
- ✓ аналізувати інформацію, що подана в графічній, табличній, текстовій та інших формах.

# Програма ЗНО з математики

## Алгебра і початки аналізу

### ❖ Числа і вирази

- Дійсні числа (натуральні, цілі, раціональні та ірраціональні), порівняння чисел та дії з ними.
- Відношення та пропорції. Відсотки. Основні задачі на відсотки. Текстові задачі.
- Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їхні перетворення.

### ❖ Рівняння, нерівності та їхні системи

- Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння. Лінійні, квадратні, показникові, логарифмічні, нерівності. Системи лінійних рівнянь і нерівностей. Системи квадратних рівнянь. Розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь та їхніх систем.

### ❖ Функції

- Числові послідовності.
- Функціональна залежність. Лінійні, квадратичні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їхні основні властивості.
- Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Таблиця похідних та правила диференціювання.
- Дослідження функції за допомогою похідної. Побудова графіків функцій.
- Первісна та визначений інтеграл. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур.

### ❖ Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики

- Перестановки, комбінації, розміщення (без повторень). Комбінаторні правила суми та добутку. Ймовірність випадкової події. Вибіркові характеристики.

# Програма ЗНО з математики

## Геометрія

### ❖ Планіметрія

- Елементарні геометричні фігури на площині та їхні властивості.
- Коло та круг.
- Трикутники.
- Чотирикутники.
- Многокутники.
- Геометричні величини та їх вимірювання.
- Координати та вектори на площині.
- Геометричні перетворення.

### ❖ Стереометрія

- Прямі та площини у просторі.
- Многогранники, тіла обертання.
- Координати та вектори у просторі.

# Зміни в програмі ЗНО-2020 з математики

Програма ЗНО-2020 приведена у відповідність до нових програм з математики, а саме прибрано такі позиції:

- перетворення нескінченного періодичного десяткового дробу у звичайний;
- тотожно рівні вирази, тотожне перетворення виразу, тотожність;
- дробовий ірраціональний вираз;
- десятковий та натуральний логарифм;
- котангенс числового аргументу;
- ірраціональні та тригонометричні нерівності;
- всі системи, крім систем лінійних та квадратних рівнянь;
- сума нескінченної геометричної прогресії зі знаменником  $|q| < 1$ ;
- функція, оберненої до даної;
- похідна складеної функції;
- сума кутів чотирикутника, многокутника;
- площа кругового сегмента;
- протилежні вектори;
- розклад вектора за двома неколінеарними векторами;
- умови колінеарності та перпендикулярності векторів, що задані координатами;
- перетворення подібності, гомотетія;
- відношення площ подібних фігур;
- відстань від точки до прямої, між мимобіжними прямими;
- лінійний кут двогранного кута;
- зрізана піраміда, зрізаний конус;
- площа поверхні циліндра, конуса;
- розгортка поверхні геометричного тіла;
- симетрія відносно початку координат та координатних площин.

# Характеристика сертифікаційної роботи з математики (ЗНО-2020)

Загальна кількість завдань сертифікаційної роботи – **35**.

На виконання сертифікаційної роботи відведено **180 хвилин**.

Сертифікаційна робота з математики складається із завдань чотирьох **форм**:

## **1. Завдання з вибором однієї правильної відповіді (1–20).**

Завдання має основу та п'ять варіантів відповіді, з яких лише один правильний. Завдання вважають виконаним, якщо учасник зовнішнього незалежного оцінювання вибрав і позначив відповідь у бланку відповідей **A**.

## **2. Завдання на встановлення відповідності («логічні пари») (21–24).**

Завдання має основу та два стовпчики інформації, позначених цифрами (ліворуч) і буквами (праворуч). Виконання завдання передбачає встановлення відповідності (утворення «логічних пар») між інформацією, позначеною цифрами та буквами. Завдання вважають виконаним, якщо учасник зовнішнього незалежного оцінювання зробив позначки на перетинах рядків (цифри від 1 до 3) і колонок (букви від A до D) у таблиці бланка відповідей **A**.

## **3. Завдання відкритої форми з короткою відповіддю (25–32):**

– **структуроване завдання (25–27)** має основу та дві частини й передбачає розв'язування задачі. Завдання вважають виконаним, якщо учасник зовнішнього незалежного оцінювання, здійснивши відповідні числові розрахунки, записав, дотримуючись вимог і правил, відповіді до кожної з частин завдання в бланку відповідей **A**;

– **неструктуроване завдання (28–32)** має основу та передбачає розв'язування задачі. Завдання вважають виконаним, якщо учасник зовнішнього незалежного оцінювання, здійснивши відповідні числові розрахунки, записав, дотримуючись вимог і правил, кінцеву відповідь у бланку відповідей **A**.

## **4. Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю (33–35).**

Завдання має основу та передбачає розв'язування задачі. Завдання вважають виконаним, якщо учасник зовнішнього незалежного оцінювання в бланку відповідей **B** навів усі етапи розв'язання й обґрунтував їх, зробив посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження, проілюстрував розв'язання задачі рисунками, графіками тощо.

# Характеристика сертифікаційної роботи з математики (ЗНО-2020)

Результат виконання завдань **1–30, 33, 34** буде зараховано (за вибором здобувача) як результат **державної підсумкової атестації** за освітній рівень повної загальної середньої освіти для учнів (слухачів, студентів) закладів освіти, які в 2020 році завершують здобуття повної загальної середньої освіти.

Результат виконання **всіх** завдань сертифікаційної роботи буде використано під час **прийому до закладів вищої освіти**

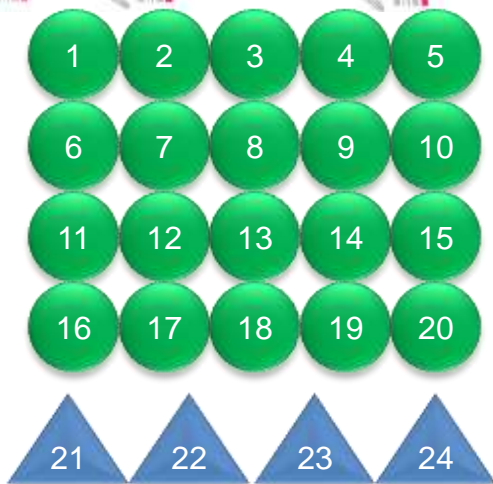
**Схеми нарахування балів** за виконання завдань сертифікаційної роботи з математики:

- 1. Завдання з вибором однієї правильної відповіді** оцінюють у **0** або **1** бал: **1** бал, якщо вказано правильну відповідь; **0** балів, якщо вказано неправильну відповідь, або вказано більше однієї відповіді, або відповіді на завдання не надано.
- 2. Завдання на встановлення відповідності** («логічні пари») оцінюють у **0, 1, 2** або **3** бали: **1** бал – за кожну правильно встановлену відповідність («логічну пару»); **0** балів за будь-яку «логічну пару», якщо зроблено більше однієї позначки в рядку та/або колонці; **0** балів за завдання, якщо не вказано жодної правильної відповідності («логічної пари») або відповіді на завдання не надано.
- 3. Завдання відкритої форми з короткою відповіддю:**
  - структуроване завдання оцінюють у **0, 1** або **2** бали: **1** бал за кожну правильно вказану відповідь; **0** балів, якщо вказано обидві неправильні відповіді, або відповіді на завдання не надано;
  - неструктуроване завдання оцінюють у **0** або **2** бали: **2** бали, якщо вказано правильну відповідь; **0** балів, якщо вказано неправильну відповідь, або відповіді на завдання не надано.
- 4. Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю:**
  - 33, 34 оцінюють у **0, 1, 2, 3** або **4** бали;
  - 35 оцінюють у **0, 1, 2, 3, 4, 5** або **6** балів.

Максимальна кількість балів, яку можна набрати, правильно виконавши всі завдання сертифікаційної роботи з математики, – **62**.



# Форми завдань (ЗНО-2020)



А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

**Завдання з вибором однієї правильної відповіді (0 або 1 бал)**

**Завдання на встановлення відповідності (0, 1, 2 або 3 бали)**

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

**Завдання відкритої форми з короткою відповіддю**

– структуроване завдання (0, 1 або 2 бали)

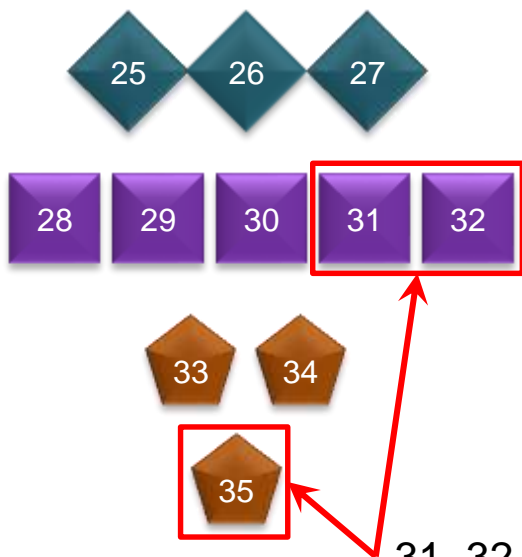
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

– неструктуроване завдання (0 або 2 бали)

**Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю**

– (0, 1, 2, 3 або 4 бали)

– (0, 1, 2, 3, 4, 5 або 6 балів)



31, 32, 35 – не входять до ДПА

**Разом ЗНО – максимум 62 бали**

**Разом ДПА – максимум 52 бали**



**ХАРКІВСЬКИЙ  
РЕГІОНАЛЬНИЙ  
ЦЕНТР ОЦІНЮВАННЯ  
ЯКОСТІ ОСВІТИ**

# **ДЕЯКІ ПІДСУМКИ ЗНО-2019**

---

## **З МАТЕМАТИКИ**

# Результати ЗНО з математики

Показник	2016 рік	2017 рік	2018 рік	2019 рік
Зареєстровано осіб	132 164	113 120	112 023	160 782
з них випускників ЗНЗ поточного року	98 453	91 589	88 989	98 270
Взяли участь, осіб	123 047	106 325	106 983	155 319
взяли участь, %	93,1	94,0	95,1	96,6
Пороговий бал	9	11	10	11
Не подолали поріг, осіб	18 088	17 437	19 792	28 215
не подолали поріг, %	14,7	16,4	18,5	18,2

# Мінімально підготовлений абітурієнт:

- той, хто володіє найменшим обсягом знань і умінь, необхідних для виконання завдання;
- той, хто своїми знаннями й уміннями ледь відповідає освітньому предметному стандарту;
- той, чиї знання й уміння є фрагментарними, граничними, але прийнятними.

# Мінімально підготовлений абітурієнт з математики:

## ➤ Числа і вирази:

- ✓ розрізняє види чисел;
- ✓ виконує арифметичні дії над раціональними числами в **нескладних** випадках;
- ✓ здійснює алгебраїчні перетворення у **нескладних** випадках;
- ✓ знаходить ОДЗ виразів у **найпростіших** випадках;
- ✓ використовує основні властивості раціональних, ірраціональних, логарифмічних, показникових, тригонометричних виразів у **найпростіших** випадках.

## ➤ Рівняння, нерівності та їхні системи:

- ✓ розв'язує рівняння і нерівності основних типів у **нескладних** випадках.

## ➤ Функції:

- ✓ використовує основні властивості арифметичної та геометричної прогресії в **найпростіших** випадках;
- ✓ розрізняє основні елементарні функції та знає їх графіки і основні властивості;
- ✓ розуміє геометричний і механічний зміст похідної, може знаходити похідні та застосовувати їх до дослідження функцій у **нескладних** випадках.

## ➤ Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики:

- ✓ розв'язує **нескладні** комбінаторні задачі (без застосувань формул комбінаторики);
- ✓ застосовує класичне означення ймовірності в **нескладних** випадках;
- ✓ знаходить середнє значення величин (середнє арифметичне).

## ➤ Геометрія (планіметрія, стереометрія):

- ✓ розрізняє основні типи геометричних фігур і тіл;
- ✓ знаходить периметр, площу геометричних фігур; об'єми і площі поверхонь геометричних тіл у **нескладних** випадках;
- ✓ застосовує **найпростіші** властивості геометричних фігур і тіл до розв'язування задач у **нескладних** випадках.

# Таблиця пріоритетності конкурсних предметів

згідно з додатком 4 до Умов прийому на навчання до закладів вищої освіти України в 2020 році, що затверджені наказом Міністерства освіти і науки України від 11.10.2019 року № 1285

Предмет	Другий предмет	Третій предмет	Разом
Математика	70	41	111
Історія України	24	11	35
Біологія	26	16	42
Іноземна мова	8	72	80
Фізика	3	64	67
Географія	2	29	31
Хімія	12	20	32
Творчий конкурс	–	10	10

## Безумовні лідери списку – Математика (другий предмет) та Іноземна мова (третій предмет)

- Математика зустрічається найчастіше: на першому місці (з відривом) як другий предмет та на третьому – як третій. До того ж це другий предмет на вибір для ДПА.
- Історія на третьому місці як другий предмет та на останньому (крім творчого конкурсу) – як третій. Але вона теж є другим предметом на вибір для ДПА.
- Біологія на другому місці як другий предмет та на передостанньому (крім творчого конкурсу) – як третій.
- Іноземна мова найчастіше зустрічається як третій предмет.
- Фізика на другому місці як третій предмет.

Примітка: в зв'язку з тим, що різні предметні спеціалізації спеціальності 014 «Середня освіта» мають різні конкурсні предмети, вони враховувались як окремі спеціальності

Всього в переліку 129 спеціальностей (з урахуванням 15 предметних спеціалізацій спеціальності 014 «Середня освіта»)

# Система визначення результатів ЗНО

- «пороговий бал» – мінімальна кількість (сума) тестових балів ЗНО з певного предмета, отримання яких надає абітурієнту право участі в конкурсному випробуванні при вступі на навчання до ВНЗ України;
- учасники, які не набрали «порогового бала» (категорія «не склав»), не мають права використати результат ЗНО з відповідного предмета для участі у конкурсному вступі до ВНЗ;
- результати учасників, які отримали «пороговий бал» (категорія «склав»), дають право брати участь у конкурсному вступі до ВНЗ і шкалюються від 100 до 200 балів.



# Таблиця відповідності тестових балів оцінкам рівнів навчальних досягнень (за шкалою 1–12 балів) з математики

Кількість тестових балів	Оцінка за шкалою 1–12 балів	Рівень навчальних досягнень	Отримали в 2019 році
0 – 3	1	початковий	12,5%
4 – 6	2		
7 – 9	3		
10 – 12	4	середній	43,0%
13 – 17	5		
18 – 24	6		
25 – 30	7	достатній	31,5%
31 – 35	8		
36 – 40	9		
41 – 44	10	високий	12,9%
45 – 48	11		
49 – 52	12		





**ХАРКІВСЬКИЙ  
РЕГІОНАЛЬНИЙ  
ЦЕНТР ОЦІНЮВАННЯ  
ЯКОСТІ ОСВІТИ**

# **АНАЛІЗ СЕРТИФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ ЗНО-2019**

---

## **З МАТЕМАТИКИ**

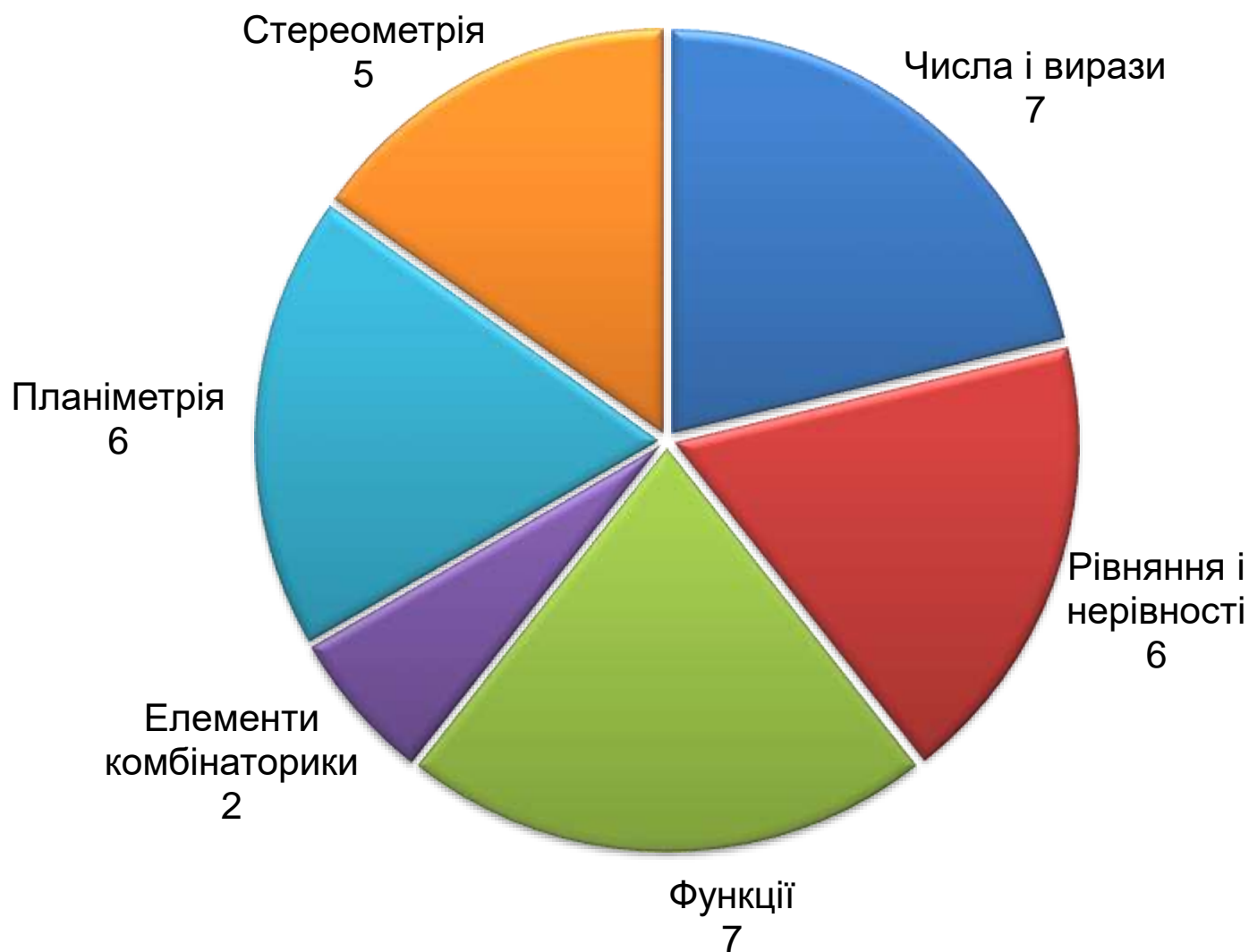
# Кількісний розподіл завдань сертифікаційної роботи за змістовими блоками

№ з/п	Змістовий блок	Кількість завдань	Частка від загальної кількості завдань (%)
1	Алгебра і початки аналізу	22	67
2	Геометрія	11	33
	Усього	33	

# Кількісний розподіл завдань сертифікаційної роботи за формами

Розділи програми	Змістові лінії	Форма завдання				Усього
		з вибором однієї правильної відповіді	на встановлення відповідності	відкрита форма з короткою відповіддю	відкрита форма з розгорнутою відповіддю	
Алгебра і початки аналізу	Числа і вирази	5	1	1	–	7
	Рівняння і нерівності	4	–	1	1	6
	Функції	4	1	1	1	7
	Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики	1	–	1	–	2
Геометрія	Планіметрія	3	1	2	–	6
	Стереометрія	3	1	–	1	5
Разом		20	4	6	3	33

# Кількісний розподіл завдань сертифікаційної роботи за розділами програми



# Кількісний розподіл завдань сертифікаційної роботи за формами

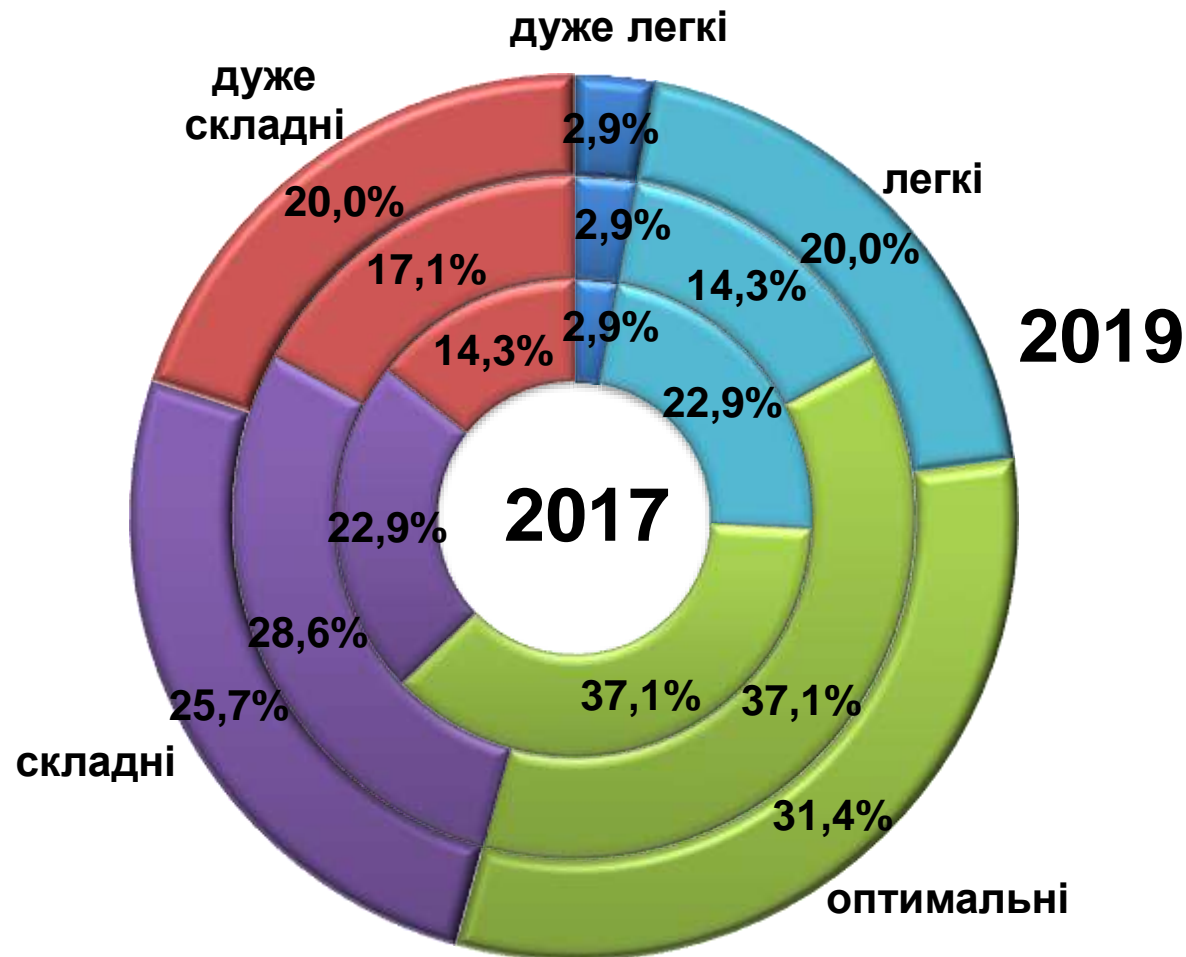


# Складність тестового завдання

**Складність тестового завдання (*P-value*)** – показник успішності виконання цього завдання учасниками тестування. Визначають як відношення (у відсотках) кількості балів, набраних усіма учасниками за виконання цього завдання, до максимальної кількості балів, яку вони могли б отримати за його виконання. У таблиці наведено інтервали значень складності та характеристику тестового завдання.

Інтервал значення <i>P-value</i>	Характеристика завдання
> 80 %	дуже легке
60 – 79 %	легке
40 – 59 %	оптимальне
21 – 39 %	складне
≤ 20 %	дуже складне

# Розподіл тестових завдань ЗНО з математики за складністю





**ХАРКІВСЬКИЙ  
РЕГІОНАЛЬНИЙ  
ЦЕНТР ОЦІНЮВАННЯ  
ЯКОСТІ ОСВІТИ**

# **АНАЛІЗ ЗМІСТУ ЗАВДАНЬ ЗНО-2019**

---

## **З МАТЕМАТИКИ**



# Числа і вирази (показникові вирази)

1. Спростіть вираз  $0,8b^9 : (8b^3)$ , де  $b \neq 0$ .

А	Б	В	Г	Д
$0,1b^6$	$10b^6$	$6,4b^{12}$	$0,1b^3$	$10b^3$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	65,3	8,8	9,0	14,2	2,3	0,4	65,3	66,4	0,5

# Числа і вирази (показникові вирази)

1. Спростіть вираз  $0,8b^9 : (8b^3)$ , де  $b \neq 0$ .

А	Б	В	Г	Д
$0,1b^6$	$10b^6$	$6,4b^{12}$	$0,1b^3$	$10b^3$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	65,3	8,8	9,0	14,2	2,3	0,4	65,3	66,4	0,5

1.  $0,4x^2 \cdot 5x^3 =$

А	Б	В	Г	Д
$2x^5$	$20x^5$	$2x^6$	$0,2x^5$	$0,2x^6$

2016

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	66,04	13,28	8,60	8,98	2,87	0,24	66,04	69,64	0,50

# Числа і вирази (практичного змісту)

4. Якщо ціна паркету ( $p$ ) пов'язана із ціною деревини для його виробництва ( $d$ ) співвідношенням  $p = 5d + 8$ , то  $d =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{5}p - 8$	$5p - 40$	$\frac{1}{5}(p - 8)$	$5p + 40$	$\frac{1}{5}(p + 8)$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
В	16,0	9,9	50,6	10,3	12,6	0,6	50,6	76,7	0,6

# Числа і вирази (практичного змісту)

4. Якщо ціна паркету ( $p$ ) пов'язана із ціною деревини для його виробництва ( $d$ ) співвідношенням  $p = 5d + 8$ , то  $d =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{5}p - 8$	$5p - 40$	$\frac{1}{5}(p - 8)$	$5p + 40$	$\frac{1}{5}(p + 8)$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
В	16,0	9,9	50,6	10,3	12,6	0,6	50,6	76,7	0,6

1. Якщо числа  $x$  і  $y$  задовольняють співвідношення  $2y + 4 = x$ , то  $y =$

А	Б	В	Г	Д
$2x - 8$	$8 - 2x$	$\frac{x - 4}{2}$	$\frac{x + 4}{2}$	$\frac{4 - x}{2}$

2017

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
В	9,1	7,2	68,8	9,2	5,4	0,3	68,8	72,4	0,6

# Числа і вирази (раціональні вирази)

12. Скоротіть дріб  $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - ab}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a+b}{a}$	$\frac{a-b}{a}$	$\frac{b}{a}$	$b$	$\frac{a+b}{b}$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	59,0	12,8	16,1	3,1	8,6	0,4	59,0	74,8	0,6

# Числа і вирази (раціональні вирази)

12. Скоротіть дріб  $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - ab}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a+b}{a}$	$\frac{a-b}{a}$	$\frac{b}{a}$	$b$	$\frac{a+b}{b}$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	59,0	12,8	16,1	3,1	8,6	0,4	59,0	74,8	0,6

11. Спростіть вираз  $\frac{a}{b(a-b)} - \frac{b}{a(a-b)}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a+b}{ab}$	$\frac{1}{ab}$	$\frac{1}{b-a}$	$\frac{a-b}{ab}$	0

2016

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	42,87	7,70	11,75	27,95	9,41	0,32	42,87	66,02	0,53

# Числа і вирази (тригонометричні вирази)

10. Спростіть вираз  $(1 - \sin^2 \alpha) \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$ .

А	Б	В	Г	Д
$\sin 2\alpha$	$\cos 2\alpha$	$\frac{\cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha}$	$\sin^2 \alpha$	$\operatorname{ctg}^2 \alpha$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	8,1	13,7	13,1	47,5	16,8	0,7	47,5	72,1	0,6

# Числа і вирази (тригонометричні вирази)

10. Спростіть вираз  $(1 - \sin^2 \alpha) \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$ .

А	Б	В	Г	Д
$\sin 2\alpha$	$\cos 2\alpha$	$\frac{\cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha}$	$\sin^2 \alpha$	$\operatorname{ctg}^2 \alpha$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	8,1	13,7	13,1	47,5	16,8	0,7	47,5	72,1	0,6

13.  $1 - \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha \cos \alpha =$

А	Б	В	Г	Д
$\cos 2\alpha$	$1 - \sin 2\alpha$	0	$\cos^2 \alpha$	$\sin^2 \alpha$

2018

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	9,8	22,0	18,6	12,4	36,5	0,7	36,5	78,1	0,6



# Числа і вирази (тригонометричні вирази)

10. Спростіть вираз  $(1 - \sin^2 \alpha) \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha$ .

А	Б	В	Г	Д
$\sin 2\alpha$	$\cos 2\alpha$	$\frac{\cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha}$	$\sin^2 \alpha$	$\operatorname{ctg}^2 \alpha$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	8,1	13,7	13,1	47,5	16,8	0,7	47,5	72,1	0,6

12.  $1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha =$

А	Б	В	Г	Д
-2	0	1	$2 \cos^2 \alpha$	$1 + \cos 2\alpha$

2017

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	3,6	57,7	15,2	9,9	13,3	0,3	57,7	79,9	0,6

## ЩО МОЖНА ПОРАДИТИ ВЧИТЕЛЮ?

Заохочуйте учнів застосовувати запам'ятовування в комбінації з іншими стратегіями навчання.

Запам'ятовування може використовуватися для деяких типів математичних завдань, наприклад, запам'ятовування формул або автоматизації навичок простих обчислень для прискорення процесу розв'язування задач. Воно допомагає учням звільнити час для глибшого обдумування, оскільки вони далі матимуть справу із більш складними задачами. Проте вам варто заохочувати ваших учнів виходити за межі запам'ятовування, якщо бажаєте, щоб вони розуміли математику й розв'язували дійсно складні проблеми в майбутньому реальному житті.

Запам'ятовування може використовуватися для деяких типів математичних завдань, наприклад, запам'ятовування формул або автоматизації навичок простих обчислень для прискорення процесу розв'язування задач. Воно допомагає учням звільнити час для глибшого обдумування, оскільки вони далі матимуть справу із більш складними задачами. Проте вам варто заохочувати ваших учнів виходити за межі запам'ятовування, якщо бажаєте, щоб вони розуміли математику й розв'язували дійсно складні проблеми в майбутньому реальному житті.

Використовуйте стратегії запам'ятовування для підвищення обізнаності учнів і формування в них впевненості в собі.

Посібник «10 запитань від учителів математики і як PISA може допомогти відповісти на них», с. 37

[http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/11/PISA\\_10-questions\\_MATH\\_UKR\\_1.pdf](http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/11/PISA_10-questions_MATH_UKR_1.pdf)

Ті з них, які є менш упевненими у власних математичних здібностях або більш схильними до тривожності щодо математики, можуть надто часто спиратися на запам'ятовування. Настійно спонукайте таких учнів

# Числа і вирази (логарифмічні вирази)

14. Якому з наведених проміжків належить число  $\log_2 \frac{1}{3}$ ?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3)$	$(-3; -1)$	$(-1; 1)$	$(1; 3)$	$(3; +\infty)$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	13,1	35,2	16,2	22,0	12,7	0,9	35,2	58,2	0,5

# Числа і вирази (логарифмічні вирази)

14. Якому з наведених проміжків належить число  $\log_2 \frac{1}{3}$ ?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -3)$	$(-3; -1)$	$(-1; 1)$	$(1; 3)$	$(3; +\infty)$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	13,1	35,2	16,2	22,0	12,7	0,9	35,2	58,2	0,5

14. Укажіть проміжок, якому належить число  $\log_2 9$ .

А	Б	В	Г	Д
$(0; 1)$	$(1; 2)$	$(2; 3)$	$(3; 4)$	$(4; 5)$

2017

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	4,3	6,6	32,7	47,0	9,1	0,3	47,0	75,7	0,6

# Числа і вирази (відсотки, практичного змісту)

25. У таблиці наведено тарифи на доставку вантажу за маршрутом  $N$  службою кур'єрської доставки. Будь-яку кількість вантажів можна об'єднувати в один, маса якого дорівнює сумі мас об'єднаних вантажів. Жодних додаткових платежів за об'єднання вантажів чи доставку вантажу, окрім указаних у таблиці, немає.

Маса вантажу, кг	Вартість доставки вантажу, грн
до 50	100
51 – 75	110
76 – 100	205
101 – 150	310

1. За яку *найменшу* суму грошей  $P$  (у грн) можна доставити цією службою за маршрутом  $N$  три вантажі, маси яких становлять 31 кг, 36 кг та 40 кг?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
210	62,6	37,4	37,4	64,6	0,5

2. Скільки *відсотків* становить  $P$  від загальної суми грошей за доставку цих трьох вантажів, якщо кожен з них відправляти окремо?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
70	72,7	27,3	27,3	64,2	0,6

# Числа і вирази (відсотки, практичного змісту)

25. У таблиці наведено тарифи на доставку вантажу за маршрутом  $N$  службою кур'єрської доставки. Будь-яку кількість вантажів можна об'єднувати в один, маса якого дорівнює сумі мас об'єднаних вантажів. Жодних додаткових платежів за об'єднання вантажів чи доставку вантажу, окрім указаних у таблиці, немає.

Маса вантажу, кг	Вартість доставки вантажу, грн
до 50	100
51 – 75	110
76 – 100	205
101 – 150	310

1. За яку *найменшу* суму грошей  $P$  (у грн) можна доставити цією службою за маршрутом  $N$  три вантажі, маси яких становлять 31 кг, 36 кг та 40 кг?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
210	62,6	37,4	37,4	64,6	0,5

2. Скільки *відсотків* становить  $P$  від загальної суми грошей за доставку цих трьох вантажів, якщо кожен з них відправляти окремо?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
70	72,7	27,3	27,3	64,2	0,6

2016

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів	
0	1
49,50	50,50
Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів	
0	1
67,57	32,43

2017

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів	
0	1
42,5	57,5
Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів	
0	1
70,3	29,7

2018

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів	
0	1
47,9	52,1
Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів	
0	1
71,8	28,2

## ЩО МОЖНА ПОРАДИТИ ВЧИТЕЛЮ?

Ознайомлюйте учнів із ключовими математичними ідеями якомога глибше та покажуйте зв'язок між ними.

Часто учні не розуміють, як математика, яку вони вивчають у школі, може знадобитися їм у реальному житті. Крім того, послідовність розгляду математичних тем у багатьох підручниках математики не завжди сприяє розумінню взаємозв'язків певних понять між собою. Поміркуйте з колегами зі своєї школи над такою послідовністю тем у навчальному плані, яка полегшить учням розуміння цих взаємозв'язків. Розуміючи зв'язок між різними темами, учні вже не розглядають математику як довжелезний перелік формул для запам'ятовування й починають убачати сенс у тому, що вони вивчають. Також, розуміючи значення математичних концепцій для майбутнього, зокрема професійного життя, вони можуть почати більше цікавитися математикою.

Не просто охоплюйте основи навчальної програми.

Звичайно ж, учителі мають ознайомлювати учнів з усіма основними елементами навчального плану з математики, але разом із тим знаходити час для розв'язування задач, які допоможуть учням більш глибоко зрозуміти математичні концепції та активувати когнітивні здібності. Для цього, можливо, варто більше уваги приділяти методу навчання математики через розв'язування задач. Такий підхід можна застосовувати при формуванні ключових математичних понять, залучаючи учнів до проведення навчальних досліджень. Це допоможе їм оволодіти більш складними міркуваннями, необхідними для розв'язування складних математичних задач.

Посібник «10 запитань від учителів математики і як PISA може допомогти відповісти на них», с. 68

([http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/11/PISA\\_10-questions\\_MATH\\_UKR\\_1.pdf](http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/11/PISA_10-questions_MATH_UKR_1.pdf))

Навчаючись математики за сучасними навчальними програмами, учні часто стикаються з труднощами,

# Числа і вирази

22. Установіть відповідність між твердженням про дріб (1–4) та дробом, для якого це твердження є правильним (А – Д).

*Твердження про дріб*

- 1 є правильним
- 2 належить проміжку (1; 1,5)
- 3 дорівнює значенню виразу  $7^{\log_7 1,6}$
- 4 є сумою чисел  $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$  та  $\sqrt{\frac{25}{9}}$

*Дріб*

А  $\frac{13}{6}$

Б  $\frac{3}{5}$

В  $\frac{13}{5}$

Г  $\frac{8}{5}$

Д  $\frac{6}{5}$

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1	2	3	4			
БДГА	11,0	18,3	18,1	12,8	39,7	62,9	72,0	0,7



# Рівняння, нерівності та їхні системи (раціональні рівняння)

3. Розв'яжіть рівняння  $(x + 1)(2x - 3) = 0$ .

А	Б	В	Г	Д
-3; 1	-1,5; 1	$-1; \frac{2}{3}$	-1; 3	-1; 1,5

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	8,3	7,6	12,9	10,7	60,0	0,4	60,0	83,5	0,6

# Рівняння, нерівності та їхні системи (показникові рівняння)

20. Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння  $2^{x+3} - 3 \cdot 2^x = 10\sqrt{2}$ ?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$[0; 0,5)$	$[0,5; 1)$	$[1; 2)$	$[2; +\infty)$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	9,2	12,1	19,8	35,5	22,0	1,4	35,5	55,4	0,5

# Рівняння, нерівності та їхні системи (показникові рівняння)

20. Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння  $2^{x+3} - 3 \cdot 2^x = 10\sqrt{2}$ ?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$[0; 0,5)$	$[0,5; 1)$	$[1; 2)$	$[2; +\infty)$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	9,2	12,1	19,8	35,5	22,0	1,4	35,5	55,4	0,5

18. Розв'яжіть нерівність  $2^x + 2^{x+3} \geq 144$ .

А	Б	В	Г	Д
$[34,5; +\infty)$	$[4; +\infty)$	$(-\infty; 4]$	$(-\infty; 4,5]$	$[4,5; +\infty)$

2018

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	9,0	56,8	11,6	6,8	14,9	0,9	56,8	53,2	0,4

# Рівняння, нерівності та їхні системи (нерівності з модулем)

8. Яке з наведених чисел є розв'язком нерівності  $|x| > 3$ ?

А	Б	В	Г	Д
3	1	0	-3	-8

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	15,6	5,8	4,8	15,5	57,9	0,5	57,9	77,9	0,6

# Рівняння, нерівності та їхні системи (практичного змісту)

28. Маршрутний автобус, рухаючись зі сталою швидкістю, подолав відстань від міста  $A$  до міста  $B$  за 5 год, а на зворотний шлях витратив на 30 хв менше. Визначте швидкість (у км/год) автобуса на маршруті від  $A$  до  $B$ , якщо вона на 8 км/год менша за швидкість на маршруті від  $B$  до  $A$ . Уважайте, що довжини маршрутів від  $A$  до  $B$  та від  $B$  до  $A$ , якими рухався маршрутний автобус, рівні.

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
72	79,1	20,9	20,9	62,3	0,6

# Рівняння, нерівності та їхні системи (практичного змісту)

28. Маршрутний автобус, рухаючись зі сталою швидкістю, подолав відстань від міста  $A$  до міста  $B$  за 5 год, а на зворотний шлях витратив на 30 хв менше. Визначте швидкість (у км/год) автобуса на маршруті від  $A$  до  $B$ , якщо вона на 8 км/год менша за швидкість на маршруті від  $B$  до  $A$ . Уважайте, що довжини маршрутів від  $A$  до  $B$  та від  $B$  до  $A$ , якими рухався маршрутний автобус, рівні.

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
72	79,1	20,9	20,9	62,3	0,6

28. Автобус вирушив з міста  $A$  до міста  $B$ , відстань між якими становить 150 км. Через 30 хв із міста  $A$  до міста  $B$  тією самою дорогою вирушив автомобіль, швидкість якого в  $1\frac{1}{5}$  раза більша за швидкість автобуса. Скільки часу (у год) витратив на дорогу з міста  $A$  до міста  $B$  автомобіль, якщо він прибув до міста  $B$  одночасно з автобусом? Уважайте, що автобус та автомобіль рухалися зі сталими швидкостями.

2017

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
2,5	83,2	16,8	16,8	45,8	0,5

# Рівняння, нерівності та їхні системи (системи лінійних рівнянь)

16. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} 2y = 5x, \\ x + y = 14. \end{cases}$  Для одержаного розв'язку  $(x_0; y_0)$  укажіть *добуток*  $x_0 \cdot y_0$ .

А	Б	В	Г	Д
5	10	20	40	48

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	5,2	14,1	13,1	57,6	9,5	0,7	57,6	86,2	0,6

# Рівняння, нерівності та їхні системи (системи лінійних рівнянь)

16. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} 2y = 5x, \\ x + y = 14. \end{cases}$  Для одержаного розв'язку  $(x_0; y_0)$  укажіть *добуток*  $x_0 \cdot y_0$ .

А	Б	В	Г	Д
5	10	20	40	48

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	5,2	14,1	13,1	57,6	9,5	0,7	57,6	86,2	0,6

14. Розв'яжіть систему рівнянь  $\begin{cases} xy = -12, \\ x(2y - 1) = -18. \end{cases}$  Якщо  $(x_0; y_0)$  – розв'язок системи, то  $x_0 =$

А	Б	В	Г	Д
-6	-16	-9	2	6

2018

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	62,2	6,0	10,0	6,3	14,7	0,7	62,2	65,6	0,5



# Функції (числові послідовності)

27. За якого від'ємного значення  $x$  значення виразів  $x^2 - 4$ ,  $3 - 5x$  та  $2 - 3x$  будуть послідовними членами арифметичної прогресії?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
-8	83,6	16,4	16,4	52,1	0,6

# Функції (числові послідовності)

27. За якого від'ємного значення  $x$  значення виразів  $x^2 - 4$ ,  $3 - 5x$  та  $2 - 3x$  будуть послідовними членами арифметичної прогресії?

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
-8	83,6	16,4	16,4	52,1	0,6

27. Знаменник геометричної прогресії дорівнює  $\frac{2}{3}$ , а сума чотирьох перших її членів дорівнює 65. Знайдіть перший член цієї прогресії.

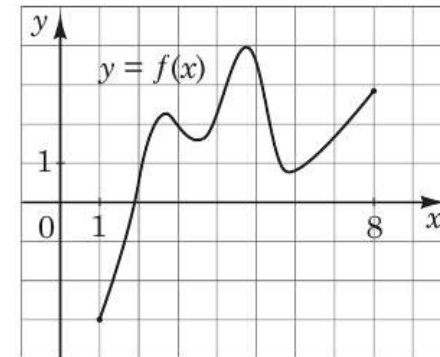
2018

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
27	82,3	17,7	17,7	58,9	0,7

# Функції

## (графік, дослідження функції)

7. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $[1; 8]$ . Скільки нулів має ця функція на заданому проміжку?



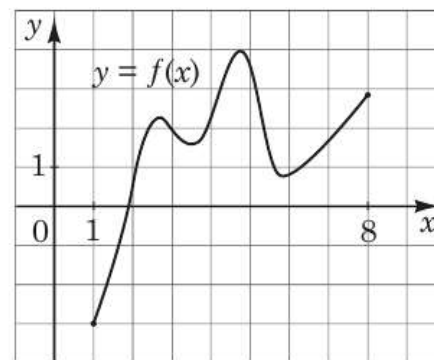
А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	чотири

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	17,3	67,3	7,7	3,6	3,7	0,4	67,3	52,2	0,4

# Функції

## (графік, дослідження функції)

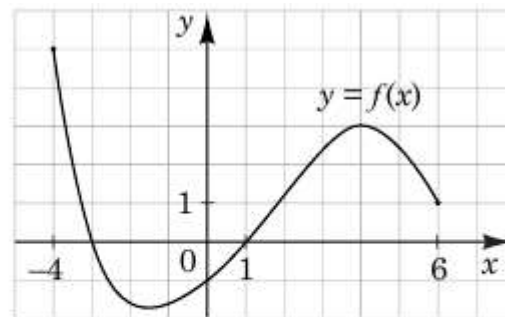
7. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $[1; 8]$ . Скільки нулів має ця функція на заданому проміжку?



А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	чотири

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	17,3	67,3	7,7	3,6	3,7	0,4	67,3	52,2	0,4

4. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $[-4; 6]$ . Укажіть найбільше значення функції  $f$  на цьому проміжку.



А	Б	В	Г	Д
-4	3	4	5	6

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	19,5	15,1	19,6	31,1	14,4	0,4	31,1	46,1	0,4

2018

# Функції (дослідження функції)

9. Яку з наведених властивостей має функція  $y = \sqrt{x}$ ?

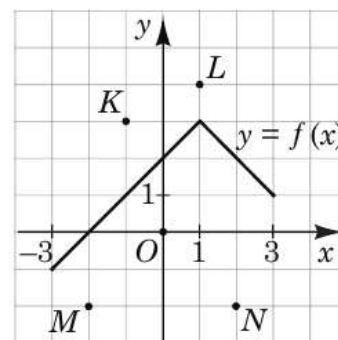
- А набуває лише невід'ємних значень
- Б спадає на всій області визначення
- В парна
- Г періодична
- Д має дві точки екстремуму

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	56,2	10,1	16,5	9,7	7,1	0,5	56,2	67,7	0,5

# Функції (графік)

15. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $[-3; 3]$ . Одна з наведених точок належить графіку функції  $y = -f(x)$ . Укажіть цю точку.

А	Б	В	Г	Д
К	Л	О	М	Н

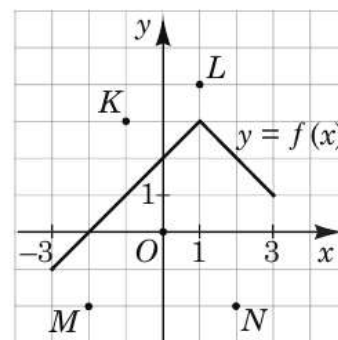


Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	23,2	8,5	7,6	24,7	35,6	0,5	35,6	52,4	0,4

# Функції (графік)

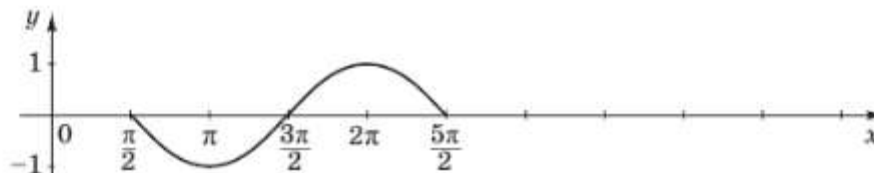
15. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$ , визначеної на проміжку  $[-3; 3]$ . Одна з наведених точок належить графіку функції  $y = -f(x)$ . Укажіть цю точку.

А	Б	В	Г	Д
К	Л	О	М	Н



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	23,2	8,5	7,6	24,7	35,6	0,5	35,6	52,4	0,4

17. На рисунку зображено фрагмент графіка періодичної функції з періодом  $T = 2\pi$ , яка визначена на множині дійсних чисел. Укажіть серед наведених точок, що належить цьому графіку.



А	Б	В	Г	Д
$(1; 2\pi)$	$(3\pi; 0)$	$(-1; 5\pi)$	$(5\pi; 0)$	$(5\pi; -1)$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	32,4	13,3	9,0	9,0	35,8	0,4	35,8	75,1	0,6

2018

# Функції

## (графік, дослідження функції)

21. До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

*Початок речення*

- 1 Графік функції  $y = 1$
- 2 Графік функції  $y = \cos x$
- 3 Графік функції  $y = 4 - x^2$
- 4 Графік функції  $y = \log_3 x$

*Закінчення речення*

- А не перетинає вісь  $y$ .
- Б є симетричним відносно початку координат.
- В має безліч спільних точок з віссю  $x$ .
- Г не має спільних точок з віссю  $x$ .
- Д проходить через точку  $(1; 3)$ .

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1	2	3	4			
ГВДА	17,7	24,5	22,4	14,0	21,5	49,2	67,3	0,7



# Функції

## (графік, дослідження функції)

21. До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

*Початок речення*

- 1 Графік функції  $y = 1$
- 2 Графік функції  $y = \cos x$
- 3 Графік функції  $y = 4 - x^2$
- 4 Графік функції  $y = \log_3 x$

*Закінчення речення*

- А не перетинає вісь  $y$ .
- Б є симетричним відносно початку координат.
- В має безліч спільних точок з віссю  $x$ .
- Г не має спільних точок з віссю  $x$ .
- Д проходить через точку  $(1; 3)$ .

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1	2	3	4			
ГВДА	17,7	24,5	22,4	14,0	21,5	49,2	67,3	0,7

21. До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

*Початок речення*

- 1 Пряма  $y = 4,5x$
- 2 Пряма  $y = -4$
- 3 Пряма  $y = 2x + 4$
- 4 Пряма  $y = x$

*Закінчення речення*

- А є паралельною прямій  $y = 2x$ .
- Б не має спільних точок з графіком функції  $y = x^2 - 1$ .
- В перетинає графік функції  $y = 3^x$  у точці з абсцисою  $x_0 = 2$ .
- Г є паралельною осі  $y$ .
- Д є бісектрисою I і III координатних чвертей.

*Початок речення*

- 1 Пряма  $y = 4,5x$
- 2 Пряма  $y = -4$
- 3 Пряма  $y = 2x + 4$
- 4 Пряма  $y = x$

- А є паралельною прямій  $y = 2x$ .
- Б не має спільних точок з графіком функції  $y = x^2 - 1$ .
- В перетинає графік функції  $y = 3^x$  у точці з абсцисою  $x_0 = 2$ .
- Г є паралельною осі  $y$ .
- Д є бісектрисою I і III координатних чвертей.

2018

# Функції (визначений інтеграл, площі фігур)

18. На рисунку зображено графіки функцій  $y = f(x)$  і  $y = g(x)$ . Укажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури.

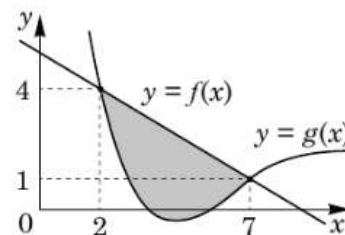
А  $S = \int_1^4 (f(x) - g(x)) dx$

Б  $S = \int_1^4 (g(x) - f(x)) dx$

В  $S = \int_2^7 (f(x) + g(x)) dx$

Г  $S = \int_2^7 (f(x) - g(x)) dx$

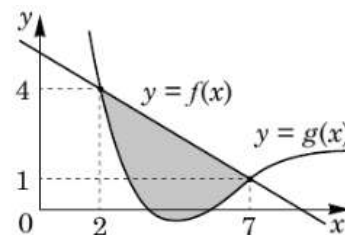
Д  $S = \int_2^7 (g(x) - f(x)) dx$



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	11,3	7,2	24,1	44,1	12,8	0,4	44,1	69,0	0,5

# Функції (визначений інтеграл, площі фігур)

18. На рисунку зображено графіки функцій  $y = f(x)$  і  $y = g(x)$ . Укажіть формулу для обчислення площі зафарбованої фігури.



А  $S = \int_1^4 (f(x) - g(x))dx$

Б  $S = \int_1^4 (g(x) - f(x))dx$

В  $S = \int_2^7 (f(x) + g(x))dx$

Г  $S = \int_2^7 (f(x) - g(x))dx$

Д  $S = \int_2^7 (g(x) - f(x))dx$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	11,3	7,2	24,1	44,1	12,8	0,4	44,1	69,0	0,5

19. Використовуючи формулу Ньютона – Лейбніца, обчисліть  $\int_1^2 6x^2 dx$ .

А	Б	В	Г	Д
42	22	18	14	12

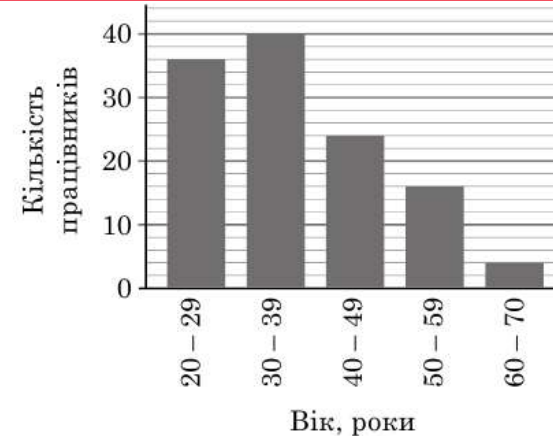
2016

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	7,27	9,20	23,63	37,81	21,56	0,53	37,81	66,14	0,53

# Елементи статистики (аналіз діаграм)

11. На діаграмі відображено розподіл кількості працівників фірми за віком.  
Скільки всього працівників працює на цій фірмі?

А	Б	В	Г	Д
40	96	120	144	110

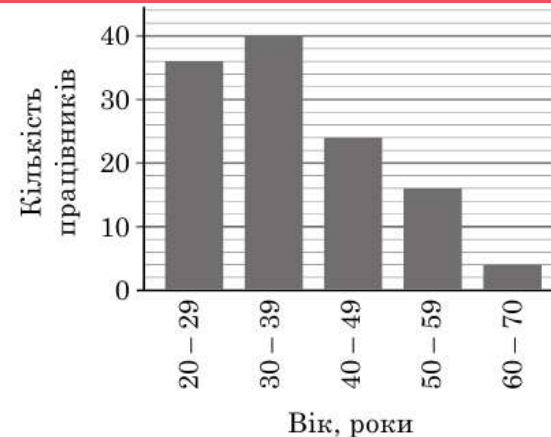


Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
В	5,7	3,0	79,6	2,6	8,7	0,3	79,6	44,2	0,4

# Елементи статистики (аналіз діаграм)

11. На діаграмі відображено розподіл кількості працівників фірми за віком.  
Скільки всього працівників працює на цій фірмі?

А	Б	В	Г	Д
40	96	120	144	110



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
В	5,7	3,0	79,6	2,6	8,7	0,3	79,6	44,2	0,4

12. Учень з понеділка до п'ятниці записував час (у хвилинали), який він витрачав на дорогу до школи та зі школи (див. таблицю).

Дорога \ Дні	понеділок	вівторок	середа	четвер	п'ятниця
до школи	19	20	21	17	23
зі школи	28	22	20	25	30

На скільки хвилин у середньому дорога зі школи триваліша за дорогу до школи?

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	3,1	5,7	6,0	78,8	6,1	0,3	78,8	43,6	0,3

2018

# Елементи комбінаторики (практичного змісту)

29. У фінал пісенного конкурсу вийшло 4 солісти та 3 гурти. Порядковий номер виступу фіналістів визначають жеребкуванням. Скільки всього є варіантів послідовностей виступів фіналістів, якщо спочатку виступатимуть гурти, а після них – солісти?

Уважайте, що кожен фіналіст виступатиме у фіналі лише один раз.

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
144	86,1	13,9	13,9	41,5	0,5

# Елементи комбінаторики (практичного змісту)

29. У фінал пісенного конкурсу вийшло 4 солісти та 3 гурти. Порядковий номер виступу фіналістів визначають жеребкуванням. Скільки всього є варіантів послідовностей виступів фіналістів, якщо спочатку виступатимуть гурти, а після них – солісти?

Уважайте, що кожен фіналіст виступатиме у фіналі лише один раз.

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
144	86,1	13,9	13,9	41,5	0,5

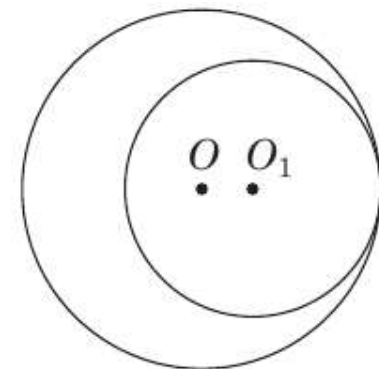
29. В Оленки є 8 різних фотографій з її зображенням та 6 різних фотографій її класу. Скільки всього в неї є способів вибрати з них 3 фотографії зі своїм зображенням для персональної сторінки в соціальній мережі та 2 фотографії свого класу для сайту школи?

2018

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
840	87,8	12,2	12,2	39,7	0,5

# Планіметрія (коло)

2. Кола із центрами в точках  $O$  і  $O_1$  мають внутрішній дотик (див. рисунок). Обчисліть відстань  $OO_1$ , якщо радіуси кіл дорівнюють  $12\text{ см}$  і  $8\text{ см}$ .



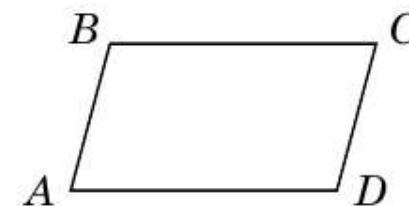
А	Б	В	Г	Д
1,5 см	2 см	3 см	4 см	8 см

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Г	5,2	12,6	4,0	76,4	1,6	0,3	76,4	47,2	0,4



# Планіметрія (чотирикутники)

13. На рисунку зображено паралелограм  $ABCD$ . Які з наведених тверджень є правильними?



- I.  $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$ .
- II.  $AB = CD$ .
- III.  $AC \perp BD$ .

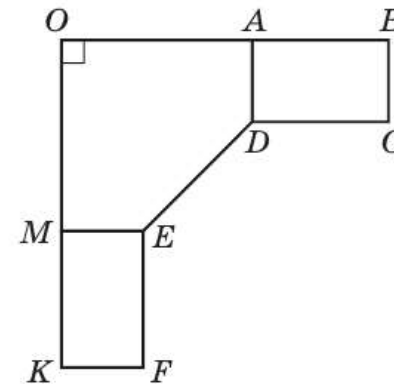
А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II і III	лише I і II	лише I і III	лише II

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
В	2,7	20,0	53,1	3,4	20,4	0,3	53,1	62,5	0,5

# Планіметрія (практичного змісту)

19. На кресленні кутової шафи (вид зверху) зображено рівні прямокутники  $ABCD$  і  $KMEF$  та п'ятикутник  $EMOAD$  (див. рисунок). Визначте довжину відрізка  $ED$ , якщо  $OK = OB = 1,2$  м,  $KM = AB = 0,5$  м,  $KF = 0,3$  м. Укажіть відповідь, найближчу до точної.

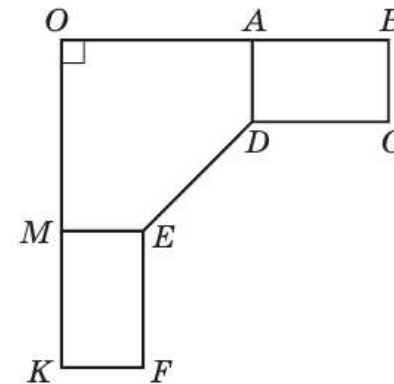
А	Б	В	Г	Д
0,5 м	0,55 м	0,65 м	0,6 м	0,7 м



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	16,4	26,8	12,3	28,2	15,4	0,8	26,8	38,6	0,4

# Планіметрія (практичного змісту)

19. На кресленні кутової шафи (вид зверху) зображено рівні прямокутники  $ABCD$  і  $KMEF$  та п'ятикутник  $EMOAD$  (див. рисунок). Визначте довжину відрізка  $ED$ , якщо  $OK = OB = 1,2$  м,  $KM = AB = 0,5$  м,  $KF = 0,3$  м. Укажіть відповідь, найближчу до точної.

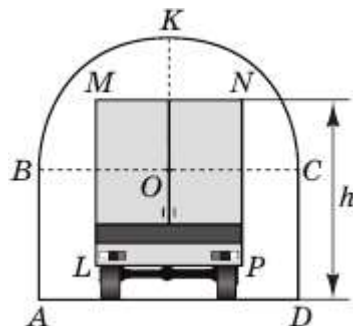


А	Б	В	Г	Д
0,5 м	0,55 м	0,65 м	0,6 м	0,7 м

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	16,4	26,8	12,3	28,2	15,4	0,8	26,8	38,6	0,4

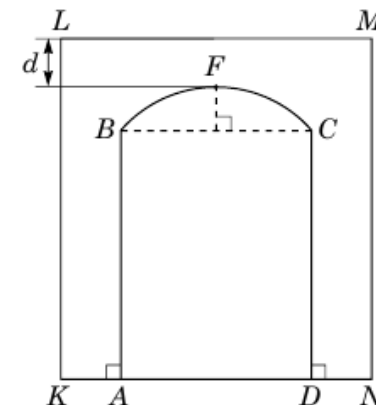
2017

Складність (P-value)
24,3



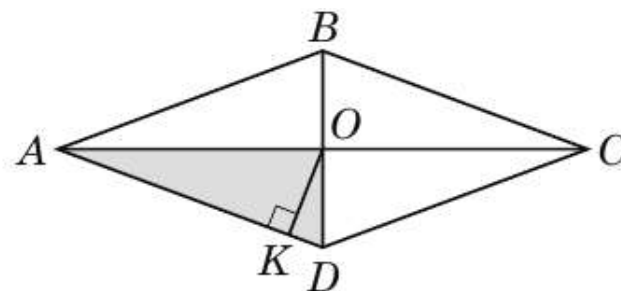
2018

Складність (P-value)
38,4



# Планіметрія (чотирикутники)

26. На рисунку зображено ромб  $ABCD$ , діагоналі якого перетинаються в точці  $O$ . Із цієї точки до сторони  $AD$  проведено перпендикуляр  $OK$  довжиною 3 см. Площа трикутника  $AOD$  дорівнює  $15 \text{ см}^2$ .



1. Визначте довжину сторони ромба  $ABCD$  (у см).

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
10	74,5	25,5	25,5	69,3	0,7

2. Обчисліть тангенс гострого кута ромба  $ABCD$ .

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1			
0,75	95,0	5,0	5,0	17,4	0,4

# Планіметрія (чотирикутники)

23. Прямокутну трапецію  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ,  $AD > BC$ ) з більшою бічною стороною  $CD = 10$  описано навколо кола радіуса 4. Установіть відповідність між величиною (1–4) та її числовим значенням (А – Д).

Величина

Числове значення величини

- |   |   |   |    |
|---|---|---|----|
| 1 | довжина сторони $AB$                        | А | 6  |
| 2 | довжина проекції сторони $CD$ на пряму $AD$ | Б | 8  |
| 3 | довжина основи $AD$                         | В | 9  |
| 4 | довжина середньої лінії трапеції $ABCD$     | Г | 12 |
|   |   | Д | 18 |

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1	2	3	4			
БАГВ	24,4	24,3	19,0	5,9	26,3	46,3	68,9	0,7

# Планіметрія

## (координати та вектори на площині)

30. У прямокутній системі координат на площині  $xOy$  задано прямокутний трикутник  $ACB$  ( $\angle C = 90^\circ$ ). Коло з центром у точці  $A$ , задане рівнянням  $(x + 3)^2 + y^2 - 4y = 21$ , проходить через вершину  $C$ . Сторона  $AC$  паралельна осі  $y$ , довжина сторони  $BC$  втричі більша за довжину сторони  $AC$ . Визначте координати вершини  $B(x_B; y_B)$ , якщо вона лежить у першій координатній чверті. У відповідь запишіть суму  $x_B + y_B$ .

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
19	95,0	5,0	5,0	17,6	0,4

# Планіметрія

## (координати та вектори на площині)

30. У прямокутній системі координат на площині  $xOy$  задано прямокутний трикутник  $ACB$  ( $\angle C = 90^\circ$ ). Коло з центром у точці  $A$ , задане рівнянням  $(x + 3)^2 + y^2 - 4y = 21$ , проходить через вершину  $C$ . Сторона  $AC$  паралельна осі  $y$ , довжина сторони  $BC$  втричі більша за довжину сторони  $AC$ . Визначте координати вершини  $B(x_B; y_B)$ , якщо вона лежить у першій координатній чверті. У відповідь запишіть суму  $x_B + y_B$ .

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	2			
19	95,0	5,0	5,0	17,6	0,4

2016

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів	
0	2
94,81	5,19

2017

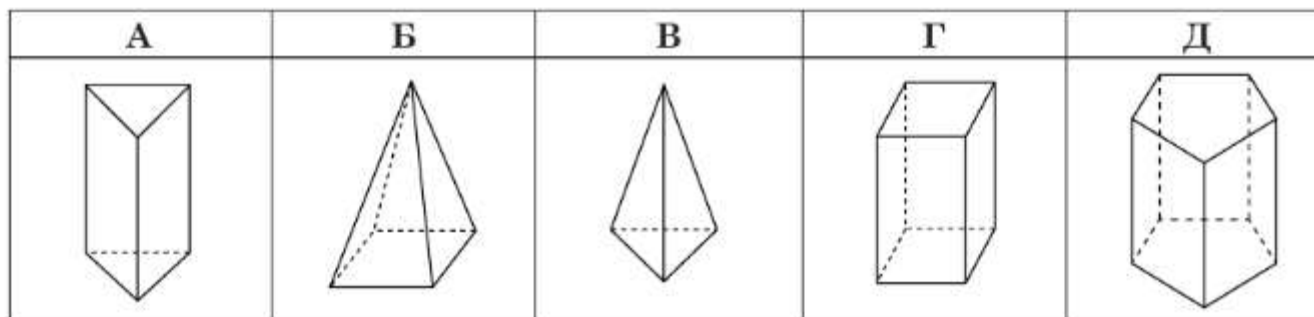
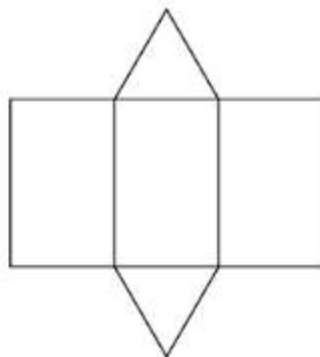
Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів	
0	2
94,5	5,5

2018

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів	
0	2
89,0	11,0

# Стереометрія (многогранники)

5. Розгортку якого з наведених многогранників зображено на рисунку?



Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	94,6	1,5	1,0	0,7	1,9	0,3	94,6	14,0	0,2



# Стереометрія (тіла обертання)

6. Укажіть формулу для обчислення об'єму  $V$  конуса, площа основи якого дорівнює  $S$ , а висота –  $h$ .

А	Б	В	Г	Д
$V = Sh$	$V = \frac{Sh}{2}$	$V = 4Sh$	$V = \frac{4Sh}{3}$	$V = \frac{Sh}{3}$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	21,3	15,0	8,2	10,2	44,9	0,4	44,9	84,0	0,6

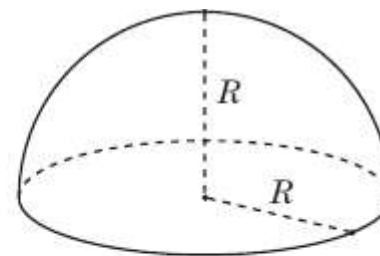
# Стереометрія (тіла обертання)

6. Укажіть формулу для обчислення об'єму  $V$  конуса, площа основи якого дорівнює  $S$ , а висота –  $h$ .

А	Б	В	Г	Д
$V = Sh$	$V = \frac{Sh}{2}$	$V = 4Sh$	$V = \frac{4Sh}{3}$	$V = \frac{Sh}{3}$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Д	21,3	15,0	8,2	10,2	44,9	0,4	44,9	84,0	0,6

6. Укажіть формулу для обчислення об'єму  $V$  півкулі радіуса  $R$  (див. рисунок).



2018

А	Б	В	Г	Д
$V = 4\pi R^2$	$V = \frac{2}{3}\pi R^3$	$V = \pi R^3$	$V = 2\pi R^2$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
Б	6,7	54,6	7,5	23,2	7,7	0,3	54,6	81,0	0,6

# Стереометрія (многогранники)

17. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см, усі її бічні грані нахилені до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Визначте площу бічної поверхні цієї піраміди.

А	Б	В	Г	Д
$72 \text{ см}^2$	$24\sqrt{3} \text{ см}^2$	$48\sqrt{3} \text{ см}^2$	$72\sqrt{3} \text{ см}^2$	$144 \text{ см}^2$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	28,5	25,8	18,2	17,5	8,8	1,0	28,5	34,0	0,3

# Стереометрія (многогранники)

17. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см, усі її бічні грані нахилені до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Визначте площу бічної поверхні цієї піраміди.

А	Б	В	Г	Д
$72 \text{ см}^2$	$24\sqrt{3} \text{ см}^2$	$48\sqrt{3} \text{ см}^2$	$72\sqrt{3} \text{ см}^2$	$144 \text{ см}^2$

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	28,5	25,8	18,2	17,5	8,8	1,0	28,5	34,0	0,3

16. Визначте об'єм правильної трикутної призми, бічні грані якої є квадратами, а периметр основи дорівнює 12.

А	Б	В	Г	Д
$16\sqrt{3}$	64	48	$64\sqrt{3}$	576

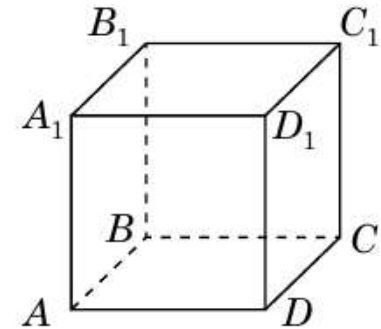
2016

Ключ	Відповіді учасників (%)					Не виконали завдання (%)	Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	А	Б	В	Г	Д				
А	33,91	16,29	31,45	14,48	3,42	0,44	33,91	58,67	0,50

# Стереометрія

## (прямі у просторі, многогранники)

24. На рисунку зображено куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Установіть відповідність між парою прямих (1–4) та їх взаємним розташуванням (А – Д).



*Пара прямих*

- 1  $AC$  й  $CC_1$
- 2  $AB_1$  і  $CD_1$
- 3  $AC$  й  $CD_1$
- 4  $AB_1$  і  $C_1D$

*Взаємне розташування*

- А прямі паралельні
- Б прямі мимобіжні
- В прямі перетинаються й утворюють прямий кут
- Г прямі перетинаються й утворюють кут  $45^\circ$
- Д прямі перетинаються й утворюють кут  $60^\circ$

Ключ	Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
	0	1	2	3	4			
ВБДА	9,1	10,5	14,2	44,7	21,5	64,7	48,4	0,5

# Функції

## (похідна функції, дотична)

31. Задано функції  $f(x) = \frac{2}{x}$  і  $g(x) = 5 - 8x$ .

1. Побудуйте графік функції  $f$ .
2. Побудуйте графік функції  $g$ .
3. Знайдіть похідну функції  $f$ .
4. До графіка функції  $f$  проведено дотичні, паралельні графіку функції  $g$ .  
Визначте абсциси точок дотику.

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4			
64,9	9,9	13,4	8,9	3,0	18,8	56,3	0,8

# Функції

## (похідна функції, дотична)

31. Задано функції  $f(x) = \frac{2}{x}$  і  $g(x) = 5 - 8x$ .

1. Побудуйте графік функції  $f$ .
2. Побудуйте графік функції  $g$ .
3. Знайдіть похідну функції  $f$ .
4. До графіка функції  $f$  проведено дотичні, паралельні графіку функції  $g$ .  
Визначте абсциси точок дотику.

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4			
64,9	9,9	13,4	8,9	3,0	18,8	56,3	0,8

31. Задано функції  $f(x) = x^3$  і  $g(x) = 4|x|$ .

1. Побудуйте графік функції  $f$ .
2. Побудуйте графік функції  $g$ .
3. Визначте абсциси точок перетину графіків функцій  $f$  і  $g$ .
4. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій  $f$  і  $g$ .

2018

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4			
62,5	10,4	6,2	11,5	9,4	23,7	69,6	0,8

# Стереометрія

## (площини, тіла обертання)

32. У нижній основі циліндра проведено хорду  $AB$ , довжина якої дорівнює  $s$ . Цю хорду видно із центра верхньої основи під кутом  $\alpha$ . Через хорду  $AB$  проведено площину  $\beta$  паралельно осі циліндра на відстані  $d$  ( $d \neq 0$ ) від неї.
1. Зобразіть переріз циліндра площиною  $\beta$  та вкажіть його вид.
  2. Обґрунтуйте відстань  $d$ .
  3. Визначте площу цього перерізу.

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4			
83,5	10,6	3,0	2,4	0,4	6,4	21,9	0,6



# Стереометрія

## (площини, тіла обертання)

32. У нижній основі циліндра проведено хорду  $AB$ , довжина якої дорівнює  $s$ . Цю хорду видно із центра верхньої основи під кутом  $\alpha$ . Через хорду  $AB$  проведено площину  $\beta$  паралельно осі циліндра на відстані  $d$  ( $d \neq 0$ ) від неї.

1. Зобразіть переріз циліндра площиною  $\beta$  та вкажіть його вид.
2. Обґрунтуйте відстань  $d$ .
3. Визначте площу цього перерізу.

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4			
83,5	10,6	3,0	2,4	0,4	6,4	21,9	0,6

32. У правильній чотирикутній піраміді  $SABCD$  сторона основи  $ABCD$  дорівнює  $s$ , а бічне ребро  $SA$  утворює з площиною основи кут  $\alpha$ . Через основу висоти піраміди паралельно грані  $ASD$  проведено площину  $\beta$ .

1. Побудуйте переріз піраміди  $SABCD$  площиною  $\beta$ .
2. Обґрунтуйте вид перерізу.
3. Визначте периметр перерізу.

2018

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів					Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4			
83,2	10,5	1,6	2,9	1,8	7,4	25,1	0,6

# Рівняння, нерівності та їхні системи (залежність від коефіцієнтів)

33. Задано систему нерівностей 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{x-2} \geq 0, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2(\pi a) + \cos(2\pi a) + x} > a, \end{cases}$$
 де  $x$  – змінна,  $a$  – стала.

1. Розв'яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв'язків другої нерівності системи залежно від значень  $a$ .
3. Визначте всі розв'язки системи залежно від значень  $a$ .

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів							Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4	5	6			
84,3	11,7	3,2	0,3	0,2	0,1	0,2	3,6	12,3	0,6

# Рівняння, нерівності та їхні системи (залежність від коефіцієнтів)

33. Задано систему нерівностей 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{x-2} \geq 0, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2(\pi a) + \cos(2\pi a) + x} > a, \end{cases}$$
 де  $x$  – змінна,  $a$  – стала.

1. Розв'яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв'язків другої нерівності системи залежно від значень  $a$ .
3. Визначте всі розв'язки системи залежно від значень  $a$ .

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів							Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4	5	6			
84,3	11,7	3,2	0,3	0,2	0,1	0,2	3,6	12,3	0,6

33. Розв'яжіть нерівність  $\frac{\log_a x}{x^2 + (a-4)x + 4 - 2a} \leq 0$  залежно від значень параметра  $a$ .

2018

Розподіл учасників (%) за кількістю набраних балів							Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rit)
0	1	2	3	4	5	6			
87,8	7,9	3,1	0,7	0,2	0,1	0,2	3,1	11,1	0,5

## ЩО МОЖНА ПОРАДИТИ ВЧИТЕЛЮ?

Переглядайте навчальну програму, яку ви маєте опрацювати впродовж року.

Самостійно або разом з вашими колегами плануйте навчальну роботу, ураховуючи:

- національні стандарти з математики відповідно до віку учнів;
- навчальні плани інших шкіл (у яких учні можуть мати більш високий соціально-економічний статус);
- теми, які викладалися впродовж попередніх років у вашому класі або в інших класах вашої школи.

З'ясовуйте, якою мірою ви можете адаптувати навчальну програму й темп навчання до рівня підготовки ваших учнів без скорочення математичного змісту, а також обдумуйте шляхи подолання прогалин у знаннях найслабших учнів. Поміркуйте над тим, як ви можете покращити перехід від однієї теми до іншої, підкресливши зв'язок між ними. Визначте теми, вивчення яких ви можете пришвидшити, щоб зосередитися на важливих математичних ідеях і заповнити прогалини в знаннях слабших учнів.

Не бійтеся складних математичних тем.

Посібник «10 запитань від учителів математики і як PISA може допомогти відповісти на них», с. 59

([http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/11/PISA\\_10-questions\\_MATH\\_UKR\\_1.pdf](http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/11/PISA_10-questions_MATH_UKR_1.pdf))

Усі учні, незалежно від їхніх здібностей і соціально-економічного статусу, повинні працювати зі складними математичними завданнями. Навіть, якщо вони не стануть у майбутньому математиками, їм стане в пригоді вміння міркувати математично, щоб досягти успіху в житті. Звертайте увагу на те, що складні математичні задачі можуть збільшувати тривалість шкільної математики з учнів із більш високими результатами навчання. Поділіться додаткову підтримку таким учням, але не уникайте складних тем і задач. Намагайтеся використовувати вправи й задачі, які розвивають цікавість до предмету, зв'язки між математикою й досвідом, який діти могли отримати раніше у своєму житті. Спонукайте учнів до активної діяльності на заняттях, вибудовуючи сприятливі стосунки з іншими учнями, за можливості практикуючи додаткові індивідуальні заняття, спираючись на раніше отримані ними знання, зберігаючи рівність між учнями в групі і встановлюючи чіткі правила, яких

# Загальні висновки щодо результатів виконання завдань сертифікаційної роботи

Завдання сертифікаційної роботи з математики дали змогу перевірити основні теоретичні знання, практичні вміння й навички з алгебри і початків аналізу та геометрії. А саме: розв'язувати задачі, зокрема й прикладного характеру, будувати математичні моделі та досліджувати їх, визначати кількісні характеристики геометричних фігур, аналізувати інформацію, наведену в графічній та текстовій формах.

Аналіз результатів виконання завдань сертифікаційної роботи показав, що найскладнішим з розділу «Числа і вирази» виявилось завдання з **оцінки значення логарифмічного виразу**, яке розв'язала лише третина учасників. Зі **спрощенням тригонометричного виразу** впоралася лише половина тестованих. Окрім того, лише близько 50 % учасників **виразили одну змінну через іншу**, пов'язану з першою лінійною залежністю. **Ця навичка є базовою**, тому що її використовують для визначення невідомих змінних упродовж усього навчання в середній, старшій та вищій школах, і не тільки в математиці.

Серед учасників зовнішнього незалежного оцінювання з математики близько 40 % не змогли **розв'язати квадратне рівняння**, хоча **вміння розв'язувати такі рівняння є базовим**, його відпрацьовують понад три навчальні роки. Водночас більше половини тестованих правильно визначили число, що є розв'язком нерівності з модулем.

# Загальні висновки щодо результатів виконання завдань сертифікаційної роботи

Учасники тестування часто не могли правильно проаналізувати й зрозуміти інформацію, наведену в графічній формі (рисунок), зіставити її з текстовою частиною умови завдання, побудувати відповідну математичну модель. Здебільшого це стосувалося завдань практичного змісту як з алгебри, так і з геометрії. Наприклад, труднощі виникли в учасників тестування під час **розв'язування планіметричної задачі прикладного спрямування**, у якій необхідно застосувати теорему Піфагора та вказати найближчу до отриманого числа відповідь. Водночас, якщо умова завдань є стандартною й часто трапляється в підручниках та посібниках, то використання наочних форм подання інформації (рисуноків, діаграм, графіків тощо) у формулюванні завдань сприяє кращому розумінню їх та успішнішому розв'язуванню. Зокрема, майже всі тестовані (95 %) змогли визначити вид многогранника за його розгорткою, що свідчить про розуміння означення розгортки та правильне уявлення про многогранник як об'ємну геометричну фігуру. Більше половини учасників указали основні властивості паралелограма; майже 80 % – продемонстрували вміння зіставляти наведені на діаграмі дані з умовою завдання.

# Загальні висновки щодо результатів виконання завдань сертифікаційної роботи

Значна частина учасників зовнішнього незалежного оцінювання не мала сформованих базових умінь та навичок з теми «Функції. Властивості функцій». Це призвело до труднощів під час розв'язування завдань з визначення формули для обчислення площі криволінійної трапеції; установлення відповідності між функцією, заданою аналітично, та властивостями її графіка. Правильну відповідь на ці завдання надали менше половини учасників. Лише близько 20 % тестованих правильно розв'язали завдання, що перевіряло вміння використовувати основну властивість членів арифметичної прогресії.

Труднощі викликало в учасників тестування завдання, що скероване на перевірку однієї з ключових компетентностей, а саме – фінансової грамотності, тобто вміння втілювати в життя ініціативи та ідеї для підвищення власного добробуту. Виконання цього завдання передбачало аналіз наведених у таблиці тарифів та інформації в умові для визначення оптимальної (найменшої) суми грошей, яку потрібно заплатити за доставку трьох вантажів. Фактично, учасникам потрібно було з'ясувати, як саме потрібно об'єднати вантажі, щоби мінімізувати плату за їхню доставку. Завдання виконали лише 37 % тестованих.

Дуже часто помилки, допущені під час обчислень, скорочень або розв'язування найпростіших рівнянь та нерівностей, призводять до неправильної відповіді в завданнях з тем, які вивчають у 10–11-х класах. Отже, **негативний вплив на результат зовнішнього незалежного оцінювання мають недостатньо відпрацьовані навички, що мали б бути сформованими в 5–9-х класах.**

# Загальні висновки щодо результатів виконання завдань сертифікаційної роботи

Найбільші труднощі виникли в учасників тестування під час розв'язування завдань з розгорнутою відповіддю. Про це свідчить той факт, що 43 % тестованих навіть не спробували розв'язувати їх, майже дві третини учасників не набрали жодного бала за завдання з розгорнутою відповіддю, а повністю розв'язати завдання 31, 32 та 33 змогли лише 3 %, 0,4 % та 0,2 % тестованих відповідно.

Аналіз статистичних показників цих завдань засвідчив, що:

- майже дві третини учасників не впоралися з побудовою графіка прямої або графіка оберненої пропорційності, на вивчення яких у шкільній програмі відведено достатню кількість годин;

- учасники тестування часто лише фрагментарно обґрунтовували зроблені висновки, не посилалися на аксіоми, теореми та їхні наслідки, не змогли зв'язно та послідовно записати хід своїх думок;

- у багатьох учасників недостатньо розвинена просторова уява. Про це свідчить той факт, що побудувати переріз циліндра площиною, паралельною його осі, та визначити вид отриманої геометричної фігури змогли менше 20 % учасників.



# Загальні висновки щодо результатів виконання завдань сертифікаційної роботи

Очікувано, що найскладнішим для учасників зовнішнього незалежного оцінювання виявилось **завдання з параметром**, яке належить до завдань найвищого когнітивного рівня. Його розв'язання потребує не лише знаходження множини розв'язків наведеної нерівності залежно від значень сталої  $a$ , а й ґрунтовного аналізу  $y$ , на його основі, синтезу результатів. Про це свідчить той факт, що отримати за завдання 33 три й більше балів змогли лише 0,8 % тестованих, а один або два бали – 14,9 % учасників тестування.

Водночас завдання з розгорнутою відповіддю суттєво вплинули на розподіл найпідготовленіших учасників. Такі завдання спонукають школярів до ґрунтовного вивчення математики, дають змогу перевірити ті предметні вміння й навички, які складно перевірити за допомогою тестових завдань інших форм.

Аналіз статистичних показників сертифікаційної роботи продемонстрував високу розподільну здатність тестових завдань (середній показник 55,8), що дало змогу виявити учасників з високим рівнем навчальних досягнень, підготовлених до подальшого навчання в закладах вищої освіти.

Подальше вдосконалення сертифікаційної роботи вбачаємо в збільшенні частки завдань, зміст яких пов'язаний з життєвими ситуаціями, та завдань, ілюстрованих графіками, таблицями, діаграмами тощо; уключенні стереометричних і планіметричних задач з практичним змістом, а також завдань вищого когнітивного рівня, що перевіряють певні математичні компетентності.



# **Аналіз завдань відкритої форми**

---

## **з розгорнутою відповіддю**

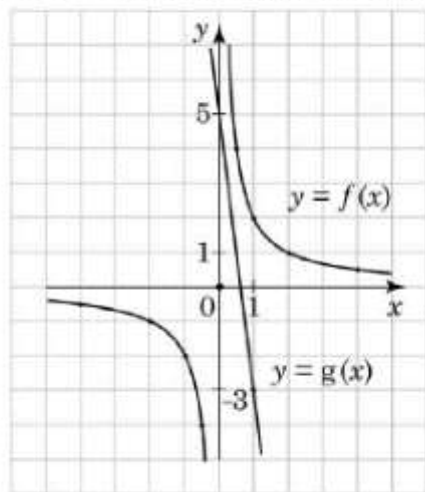
# Завдання 31

31. Задано функції  $f(x) = \frac{2}{x}$  і  $g(x) = 5 - 8x$ .

1. Побудуйте графік функції  $f$ .
2. Побудуйте графік функції  $g$ .
3. Знайдіть похідну функції  $f$ .
4. До графіка функції  $f$  проведено дотичні, паралельні графіку функції  $g$ . Визначте абсциси точок дотику.

**Розв'язання:**

1-2. Графіки функцій зображено на рисунку.



3.  $f'(x) = -\frac{2}{x^2}$ .

4.  $-\frac{2}{x^2} = -8, x^2 = \frac{1}{4}, x = \pm 0,5$ .

**Схема оцінювання**

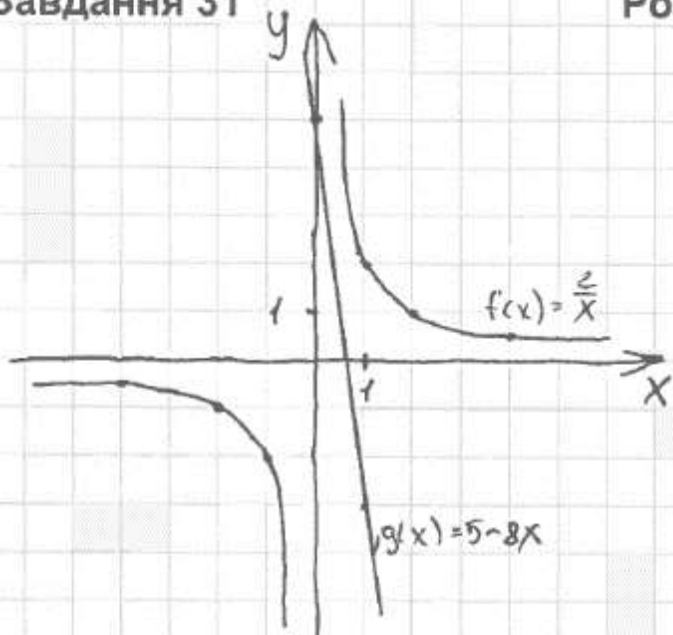
1. Якщо учасник правильно побудував графік функції  $f(x) = \frac{2}{x}$ , то він отримує **1** бал.
2. Якщо учасник правильно побудував графік функції  $g(x) = 5 - 8x$ , то він отримує ще **1** бал.
3. Якщо учасник правильно знайшов (вказав) похідну функції  $f(x) = \frac{2}{x}$ , то він отримує ще **1** бал.
4. Якщо учасник обґрунтовано (використовуючи геометричний зміст похідної) визначив абсциси точок, в яких дотичні до графіка функції  $f(x) = \frac{2}{x}$  паралельні графіку функції  $g(x) = 5 - 8x$ , то він отримує ще **1** бал.

**Відповідь:** 3.  $f'(x) = -\frac{2}{x^2}$ .

4.  $x = -0,5, x = 0,5$ .

# Завдання 31

Завдання 31



Розв'язання:

1. 1)  $f(x) = \frac{2}{x}$  ;  $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

2)  $f(x) = -\frac{2}{x}$  , ор-ція непарна

3) точка перетину з віссю  $oy$ ;  $ox$  немає

4)

$x$	-4	-2	-1	1	2	4
$y$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$

5)  $f(x) = \frac{2}{x}$  - гіпербола,  $k > 0$ , маємо  $y$  і  $III$  кверти

2.)  $g(x) = 5 - 8x$  - пряма

2)

$x$	0	1
$y$	5	-3

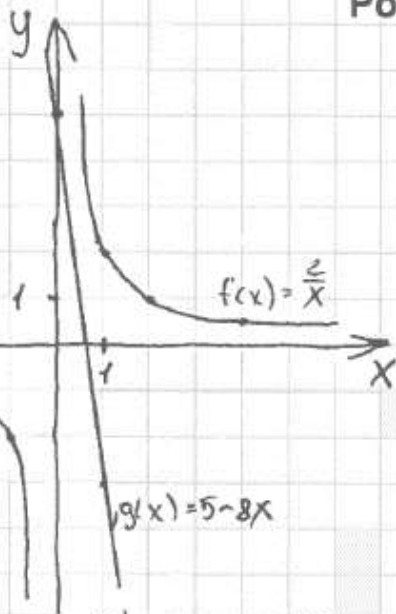
4.  $f'(x_0) = -\frac{2}{x_0^2}$   
 $f''(x_0) = -\frac{2}{x_0^3} = -8$   
 $f'(x_0) = -\frac{2}{x_0^2} = -8$   
 $x_0 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$   
 $f'(x_0) = f'(\frac{1}{4}) = -\frac{2}{(\frac{1}{4})^2} = -2 \cdot 16 = -32$

4.  $y = f'(x_0) \cdot x_0 + f'(x_0) \cdot x_0 - f(x_0) =$   
 $= -32x + (-32) \cdot \frac{1}{4} - \frac{2}{\frac{1}{4}} =$   
 $= -32x - 8 - 8 = -32x - 16$

Відповідь:  $x_0 = 0,25$

# Завдання 31

Завдання 31



Розв'язання:

1. 1)  $f(x) = \frac{2}{x}$ ;  $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

2)  $f(x) = -\frac{2}{x}$ , ор-ція не парна

3) точка перетину з віссю  $oy$ ;  $ox$  немає

4)

$x$	-4	-2	-1	1	2	4
$y$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	2	1	$\frac{1}{2}$

5)  $f(x) = \frac{2}{x}$  - гіпербола,  $k > 0$ , маємо  $y$  і  $x$  у I і III чверті

2)  $g(x) = 5 - 8x$  - пряма

2)

$x$	0	1
$y$	5	-3

4.  $y = f'(x_0) \cdot X_0 + f'(x_0) \cdot x_0 - f(x_0) =$   
 $= -32x + (-32) \cdot \frac{1}{4} - \frac{2}{\frac{1}{4}} =$   
 $= -32x - 8 - 8 = -32x - 16$

Відповідь:  $x_0 = 0,25$

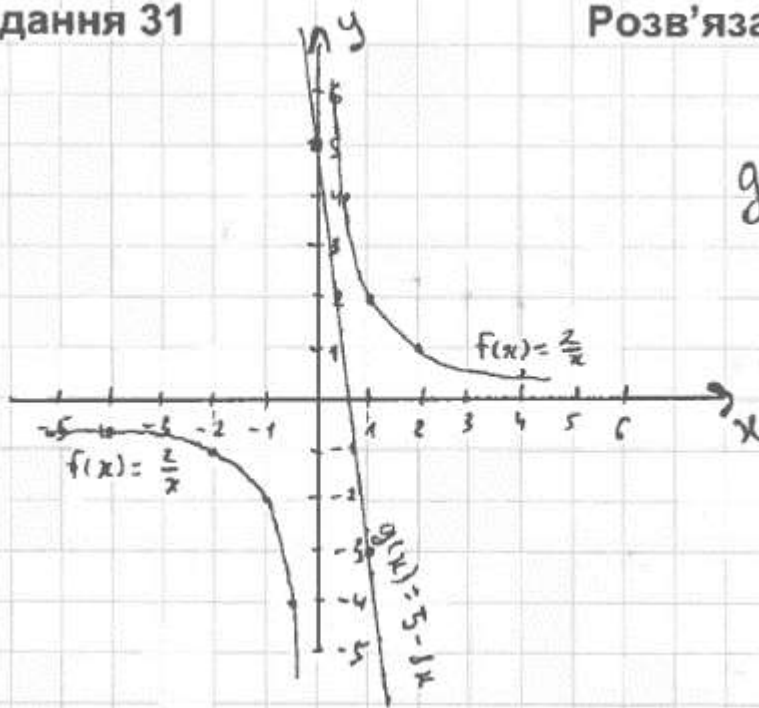
3.  $f'(x) = \left(\frac{2}{x}\right)' = -\frac{2}{x^2}$   $f'(x_0) = f'\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{2}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} =$   
 $= -2 \cdot 16 = -32$

4.  $f'(x_0) = -\frac{2}{x_0^2}$   
 $f'(x_0) = -\frac{2}{x_0^2} = -8$   
 $x_0 = \frac{-2}{-8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

1  
1  
0  
1  
3

# Завдання 31

Завдання 31



Розв'язання:

$$f'(x) = \left(\frac{2}{x}\right)' = (2x^{-1})' = -2x^{-2} = -\frac{2}{x^2}$$

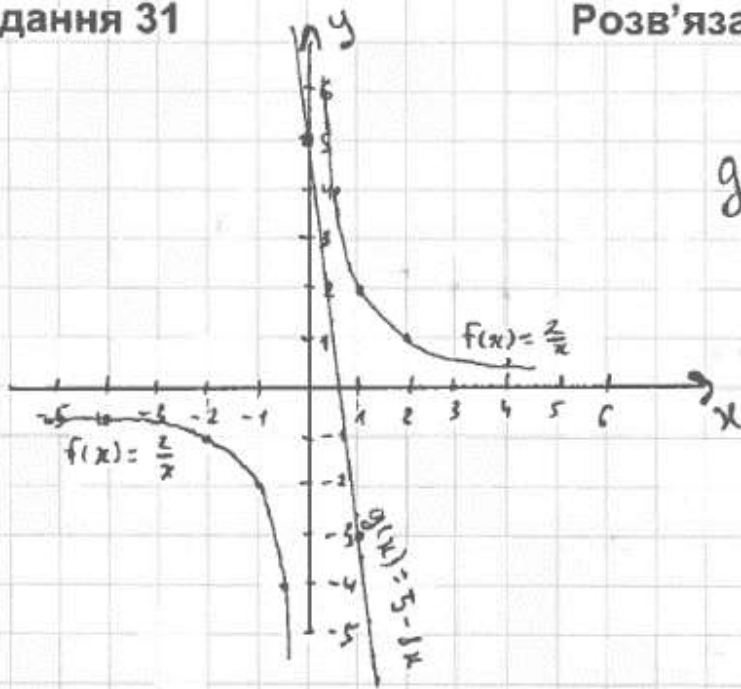
$$g'(x) = (5 - 8x)' = -8$$

$$-\frac{2}{x^2} = -8 \quad ; \quad \frac{2}{x^2} = 8 \quad ; \quad x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{1}{2} \quad ; \quad x = -\frac{1}{2}$$

# Завдання 31

Завдання 31



Розв'язання:

$$f'(x) = \left(\frac{2}{x}\right)' = (2x^{-1})' = -2x^{-2} = -\frac{2}{x^2} \quad 1$$

$$g'(x) = (5 - 8x)' = -8 \quad 1$$

$$-\frac{2}{x^2} = -8 \quad ; \quad \frac{2}{x^2} = 8 \quad ; \quad x^2 = \frac{1}{4} \quad 1$$

$$x = \frac{1}{2} \quad ; \quad x = -\frac{1}{2} \quad 1$$

4

# Завдання 32

32. У нижній основі циліндра проведено хорду  $AB$ , довжина якої дорівнює  $c$ . Цю хорду видно із центра верхньої основи під кутом  $\alpha$ . Через хорду  $AB$  проведено площину  $\beta$  паралельно осі циліндра на відстані  $d$  ( $d \neq 0$ ) від неї.

1. Зобразіть переріз циліндра площиною  $\beta$  та вкажіть його вид.
2. Обґрунтуйте відстань  $d$ .
3. Визначте площу цього перерізу.

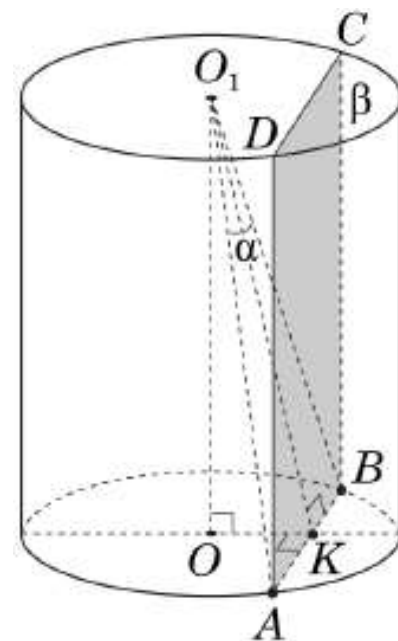
**Розв'язання:**

$$AB = c, \angle AO_1B = \alpha$$

1. Переріз циліндра (прямокутник  $ADCB$ ) площиною  $\beta$  зображено на рисунку.
2. Проведемо  $OK \perp AB$ . Оскільки за побудовою  $\beta \parallel OO_1$ , то відстанню від  $OO_1$  до  $\beta$  є відстань від будь-якої точки  $OO_1$  до  $\beta$ .  $AD \parallel OO_1$ , отже  $AD \perp (AOB)$ ,  $OK \in (AOB)$ ,  $AD \perp OK \Rightarrow OK \perp (ADCB)$ ,  $OK = d$ .
3.  $AK = KB = \frac{c}{2}$ ,  $S_{ADCB} = AB \cdot AD = AB \cdot OO_1 = AB \cdot \sqrt{KO_1^2 - OK^2}$ .

$$KO_1 = AK \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{c}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}, S_{ADCB} = c \cdot \sqrt{\left(\frac{c}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}\right)^2 - d^2} = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{c^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} - 4d^2}$$

**Відповідь:**  $S = \frac{c}{2} \sqrt{c^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} - 4d^2}$ .





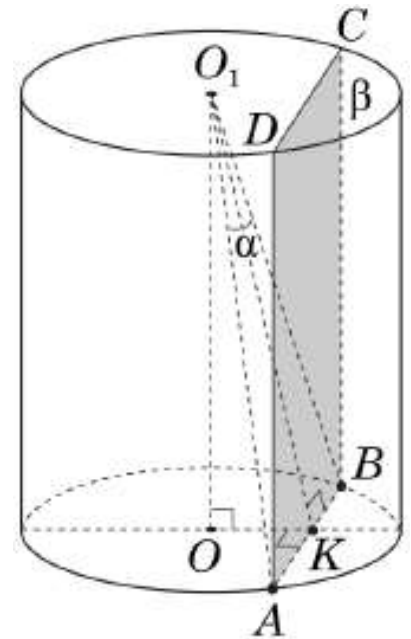
# Завдання 32

32. У нижній основі циліндра проведено хорду  $AB$ , довжина якої дорівнює  $s$ . Цю хорду видно із центра верхньої основи під кутом  $\alpha$ . Через хорду  $AB$  проведено площину  $\beta$  паралельно осі циліндра на відстані  $d$  ( $d \neq 0$ ) від неї.

1. Зобразіть переріз циліндра площиною  $\beta$  та вкажіть його вид.
2. Обґрунтуйте відстань  $d$ .
3. Визначте площу цього перерізу.

## Схема оцінювання

1. Якщо учасник правильно зобразив переріз циліндра площиною  $\beta$  і вказав, що цей переріз є прямокутником, то він отримує **1** бал.
2. Якщо учасник обґрунтував, що довжина відрізка  $OK$  є відстанню  $d$  від осі циліндра до площини  $\beta$  (довівши перпендикулярність  $OK$  площині  $\beta$ ), то він отримує ще **1** бал.
3. Якщо учасник правильно визначив довжину  $KO_1$  (або  $O_1A$ ), то він отримує ще **1** бал.
4. Якщо учасник правильно визначив площу перерізу, то він отримує ще **1** бал.



# Завдання 32

## Завдання 32

## Розв'язання:

1. Перерізом циліндра площиною  $\beta$  є прямокутник  $ABQD$ .

2. Розглядаємо  $\triangle AOK$  ( $\angle AKO = 90^\circ$ ):

$$\angle AOK = \frac{\alpha}{2}; \quad AK = \frac{AB}{2} = \frac{c}{2} - \text{оскільки}$$

у  $\triangle AOB$  ( $AO = OB$ )  $OK$  є бісектрисою, висотою і медіаною.

За означенням тангенса:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{c}{d}, \quad \text{звідси } d = \frac{c}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

3. Площею даного перерізу буде площа прямокутника  $ABQD$ :

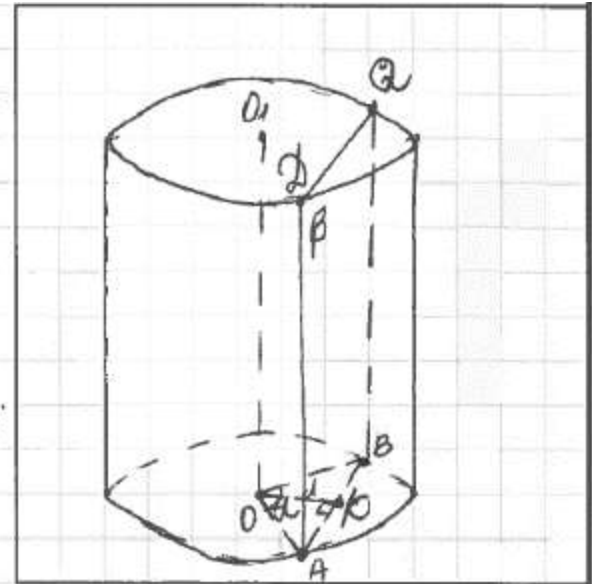
$$S = AD \cdot AB$$

$$AD = OO_1 = h$$

$$AB = c$$

$$S = h \cdot c$$

$$\text{Відповідь: } \frac{c}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}; h \cdot c.$$



Рисунок

# Завдання 32

Завдання 32

Розв'язання:

1. Перерізом циліндра площиною  $\beta$  є прямокутник  $ABQD$ .

2. Розглядаємо  $\triangle AOK$  ( $\angle AKO = 90^\circ$ ):

$$\angle AOK = \frac{\alpha}{2}; \quad AK = \frac{AB}{2} = \frac{c}{2} \text{ - оскільки}$$

у  $\triangle AOB$  ( $AO = OB$ )  $OK$  є бісектрисою, висотою і медіаною.

За означенням тангенса:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{c}{d}, \quad \text{звідси } d = \frac{c}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

3. Площею даного перерізу буде площа прямокутника  $ABQD$ :

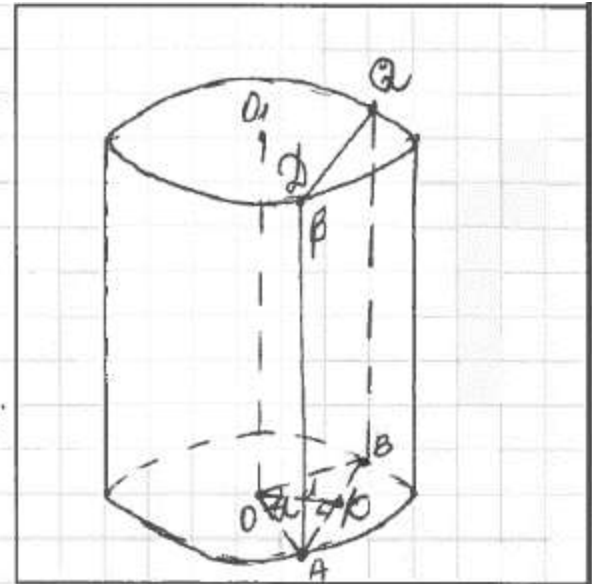
$$S = AD \cdot AB$$

$$AD = OO_1 = h$$

$$AB = c$$

$$S = h \cdot c$$

$$\text{Відповідь: } \frac{c}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}; h \cdot c.$$



Рисунок

1

0

0

0

1

# Завдання 32

Завдання 32

Розв'язання:

$AB = c$  - хорда.  $\angle AOB = \alpha$ ;  $AA_1 \parallel OO_1 \parallel BB_1$

$AB \parallel A_1B_1$ ;  $AA_1 = BB_1 = OO_1$ ;  $AB = A_1B_1$ .  $AA_1 \perp AB$  -

то  $\beta = AA_1B_1B$  - шуканий переріз є прямокутником.  $OA = OB$  - радіус.  $OK \perp AB$ .  $OK = d$  - вис-

сота від осі циліндра ( $OK \perp OO_1$ )

$S_{ABBA_1} = AB \cdot AA_1$ . З  $\triangle AKO_1$  ( $\angle K = 90^\circ$ ) за озм. син:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{c/2}{AO_1}; \quad AO_1 = \frac{c}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}; \quad \text{З } \triangle AKO \text{ ( $\angle K = 90^\circ$ ) за теоремою}$$

Піфагора;  $OA = \sqrt{d^2 + \frac{c^2}{4}}$ . З  $\triangle O_1OA$  ( $\angle O = 90^\circ$ ) за теоремою

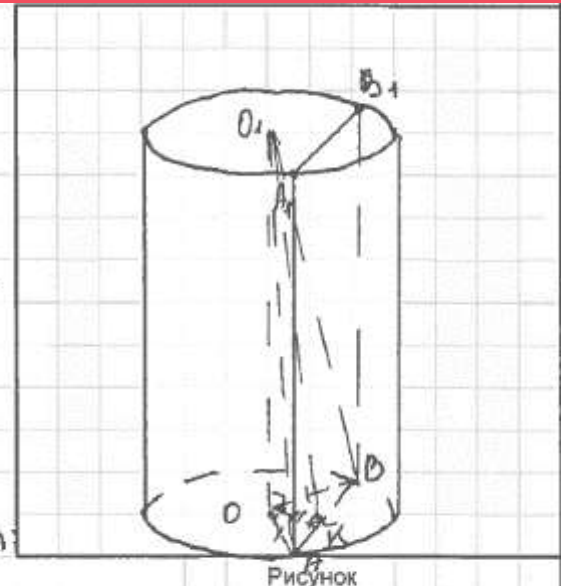
Піфагора:

$$OO_1 = \sqrt{\left(\frac{c}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}\right)^2 - d^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{\frac{c^2 (1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2})}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} - d^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{c^2}{4} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - d^2}$$

$$S_{ABBA_1} = c \sqrt{\frac{c^2}{4} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - d^2} \quad (\operatorname{ог}^2)$$

Відповідь:  $c \sqrt{\frac{c^2}{4} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - d^2} \quad (\operatorname{ог}^2)$



# Завдання 32

Завдання 32

Розв'язання:

$AB = c$  - хорда.  $\angle AOB = \alpha$ ;  $AA_1 \parallel OO_1 \parallel BB_1$

$AB \parallel A_1B_1$ ;  $AA_1 = BB_1 = OO_1$ ;  $AB = A_1B_1$ .  $AA_1 \perp AB$  -

то  $\beta = AA_1B_1B$  - шуканий переріз є прямокутником.  $OA = OB$  - радіус.  $OK \perp AB$ .  $OK = d$  - висота

стать висотою осі циліндра ( $OK \perp OO_1$ )

$S_{ABBA_1} = AB \cdot AA_1$ . З  $\triangle AKO_1$  ( $\angle K = 90^\circ$ ) за озм. син:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{c/2}{AO_1}; \quad AO_1 = \frac{c}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}; \quad \text{З } \triangle AKO \text{ ( $\angle K = 90^\circ$ ) за теоремою}$$

Піфагора;  $OA = \sqrt{d^2 + \frac{c^2}{4}}$ . З  $\triangle O_1OA$  ( $\angle O = 90^\circ$ ) за теоремою

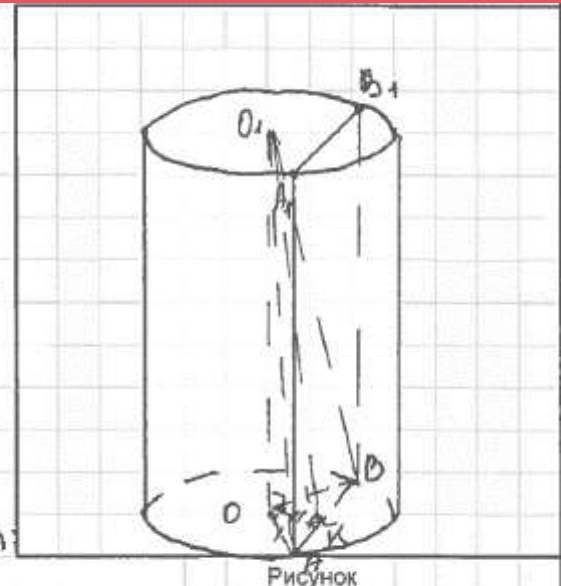
Піфагора:

$$OO_1 = \sqrt{\left(\frac{c}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}\right)^2 - d^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{\frac{c^2 (1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2})}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} - d^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{c^2}{4} \underbrace{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} - d^2}$$

$$S_{ABBA_1} = c \sqrt{\frac{c^2}{4} \underbrace{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} - d^2} \quad (\operatorname{ог}^2)$$

Відповідь:  $c \sqrt{\frac{c^2}{4} \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - d^2} \quad (\operatorname{ог}^2)$



1

0

1

0

2

# Завдання 33

33. Задано систему нерівностей 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{x-2} \geq 0, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2(\pi a) + \cos(2\pi a) + x} > a, \end{cases}$$
 де  $x$  – змінна,  $a$  – стала.

1. Розв'яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв'язків другої нерівності системи залежно від значень  $a$ .
3. Визначте всі розв'язки системи залежно від значень  $a$ .

**Розв'язання:**

1. **Відповідь:**  $x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$ .
2. Оскільки  $2\sin^2 \pi a + \cos 2\pi a + x = 1 - \cos 2\pi a + \cos 2\pi a + x = 1 + x$ , то друга нерівність системи рівносильна нерівності  $0,5^{1+x} > a$ .

Залежно від значень  $a$  розглядаємо такі випадки:

1)  $a \in (-\infty; 0]$ , тоді  $x \in (-\infty; +\infty)$ ;

2)  $a \in (0; +\infty)$ , тоді  $1 + x < \log_{0,5} a$ ,  $x < \log_{0,5} a - 1 = \log_{0,5} (2a)$ .

**Відповідь:**  $x \in \mathbb{R}$ , якщо  $a \in (-\infty; 0]$ ;

$$x \in (-\infty; -\log_2(2a)), \text{ якщо } a \in (0; +\infty).$$

# Завдання 33

33. Задано систему нерівностей 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{x-2} \geq 0, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2(\pi a) + \cos(2\pi a) + x} > a, \end{cases}$$
 де  $x$  – змінна,  $a$  – стала.

1. Розв'яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв'язків другої нерівності системи залежно від значень  $a$ .
3. Визначте всі розв'язки системи залежно від значень  $a$ .
3. Визначаємо всі розв'язки системи залежно від значень  $a$ .
  - 1) якщо  $a \in (-\infty; 0]$ , то перерізом множин  $(-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$  та  $(-\infty; +\infty)$  є множина  $(-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$ ;
  - 2) якщо  $\log_{0,5}(2a) \leq -1$ , тобто  $\log_{0,5}(2a) \leq \log_{0,5} 2$ ,  $2a \geq 2$ ,  $a \geq 1$ , то  $x \in (-\infty; \log_{0,5}(2a))$ ;
  - 3) якщо  $-1 < \log_{0,5}(2a) \leq 2$ , тобто  $\log_{0,5} 2 < \log_{0,5}(2a) \leq \log_{0,5} \frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8} \leq a < 1$ , то  $x \in (-\infty; -1]$ ;
  - 4) якщо  $\log_{0,5}(2a) > 2$ , тобто  $\log_{0,5}(2a) > \log_{0,5} \frac{1}{4}$ ,  $0 < a < \frac{1}{8}$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup (2; \log_{0,5}(2a))$ .

**Відповідь:**  $x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$ , якщо  $a \in (-\infty; 0]$ ;

$$x \in (-\infty; -1] \cup (2; -\log_2(2a)), \text{ якщо } a \in \left(0; \frac{1}{8}\right);$$

$$x \in (-\infty; -1], \text{ якщо } a \in \left[\frac{1}{8}; 1\right);$$

$$x \in (-\infty; -\log_2(2a)), \text{ якщо } a \in [1; +\infty).$$

# Завдання 33

33. Задано систему нерівностей 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{x-2} \geq 0, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2(\pi a) + \cos(2\pi a) + x} > a, \end{cases}$$
 де  $x$  – змінна,  $a$  – стала.

1. Розв'яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв'язків другої нерівності системи залежно від значень  $a$ .
3. Визначте всі розв'язки системи залежно від значень  $a$ .

## Схема оцінювання

1. Якщо учасник визначив розв'язки першої нерівності, то він отримує **1** бал.
2. Якщо учасник встановив, що для  $a \leq 0$  розв'язками другої нерівності є  $x \in (-\infty; +\infty)$  або що розв'язками системи є  $x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$ , то він отримує ще **1** бал.
3. Якщо учасник визначив розв'язки другої нерівності для  $a > 0$ , то він отримує ще **1** бал.
4. Якщо учасник визначив розв'язки системи для хоча б двох із проміжків  $a \in \left(0; \frac{1}{8}\right)$ ,  $a \in \left[\frac{1}{8}; 1\right)$  і  $a \in [1; +\infty)$  (значення  $a = \frac{1}{8}$  може бути включено або в перший, або в другий із цих проміжків), то він отримує ще **2** бали. Якщо учасник визначив розв'язки системи лише для одного з цих проміжків, то він отримує **1** бал.
5. Якщо учасник правильно записав відповідь, то він отримує ще **1** бал.



# Завдання 33

33. Задано систему нерівностей 
$$\begin{cases} \frac{x+1}{x-2} \geq 0, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2(\pi a) + \cos(2\pi a) + x} > a, \end{cases}$$
 де  $x$  – змінна,  $a$  – стала.

1. Розв'яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв'язків другої нерівності системи залежно від значень  $a$ .
3. Визначте всі розв'язки системи залежно від значень  $a$ .

## Зауваження

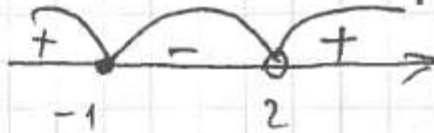
1. Якщо учасник лише показав, що  $2\sin^2\pi a + \cos 2\pi a = 1$ , то за пункти 2 – 5 він отримує лише **1** бал.
2. Якщо учасник обґрунтовано отримав значення  $a=1$  і  $a=\frac{1}{8}$ , але не визначив розв'язки системи на проміжках  $a \in \left(0; \frac{1}{8}\right)$ ,  $a \in \left[\frac{1}{8}; 1\right)$  і  $a \in [1; +\infty)$ , то за п.4 він отримує лише **1** бал.
3. Якщо учасник припустився помилки лише при визначенні розв'язків системи при  $a=1$  або  $a=\frac{1}{8}$ , але з урахуванням цього отримав остаточну відповідь, то він отримує **5** балів за все розв'язання.

# Завдання 33

Завдання 33

Розв'язання:

$$1) \frac{x+1}{x-2} \geq 0$$



$$x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$$

2) I. Якщо  $a < 0$ , то нерівність має безліч розв'язків.  
 II. Якщо  $a = \frac{1}{2}$ , то  $2 \sin^2(\frac{\pi}{2}) + \cos(\pi) + x < 1$ . Зв'язує:  
 $2 - 1 + x < 1$ ,  $x < 0$ .

III. Якщо  $a = 1$ , то  $2 \sin^2(\pi) + \cos(2\pi) + x < 0$ . Зв'язує:  
 $0 + 1 + x < 0$ ,  $x < -1$ .

IV. Якщо  $a = 2$ , то  $2 \sin^2(2\pi) + \cos(4\pi) + x < -1$ . Зв'язує:  
 $0 + 1 + x < -1$ ,  $x < -2$ .

V. Якщо  $a \in (0; 1)$ , то  $x < \cos_{\frac{1}{2}} a - 2 \sin^2(\pi a) - \cos(2\pi a)$

VI. Якщо  $a \in (1; \infty)$ , то  $x > \cos_{\frac{1}{2}} a - 2 \sin^2(\pi a) - \cos(2\pi a)$

3) Якщо  $a = 2$ , то  $x < -2$   
 $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

Тому  $x \in (-\infty; -2)$

Відповідь:

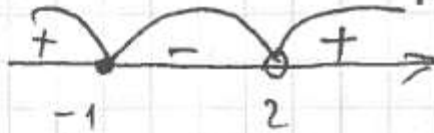
$$x \in (-\infty; -2)$$

# Завдання 33

Завдання 33

Розв'язання:

$$1) \frac{x+1}{x-2} \geq 0$$



$$x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$$

2) I. Якщо  $a < 0$ , то нерівність має безліч розв'язків.  
 II. Якщо  $a = \frac{1}{2}$ , то  $2 \sin^2(\frac{\pi}{2}) + \cos(\pi) + x < 1$ . Зв'язує:  
 $2 - 1 + x < 1, x < 0$ .

III. Якщо  $a = 1$ , то  $2 \sin^2(\pi) + \cos(2\pi) + x < 0$ . Зв'язує:  
 $0 + 1 + x < 0, x < -1$ .

IV. Якщо  $a = 2$ , то  $2 \sin^2(2\pi) + \cos(4\pi) + x < -1$ . Зв'язує:  
 $0 + 1 + x < -1, x < -2$ .

V. Якщо  $a \in (0; 1)$ , то  $x < \cos \frac{\pi}{2} a - 2 \sin^2(\frac{\pi}{2} a) - \cos(\pi a)$

VI. Якщо  $a \in (1; 2)$ , то  $x > \cos \frac{\pi}{2} a - 2 \sin^2(\frac{\pi}{2} a) - \cos(\pi a)$

3) Якщо  $a = 2$ , то  $x < -2$   
 $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

Тому  $x \in (-\infty; -2)$

Відповідь:

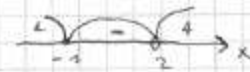
$$x \in (-\infty; -2)$$

1  
0  
0  
0  
1

# Завдання 33

Завдання 33

Розв'язання:

1.  $\frac{x+1}{x-2} \geq 0$ ; Крити:  $\begin{matrix} x = -1 \\ x = 2 \end{matrix}$    $x \in (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$

2.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2(\pi a) + \cos^2(\pi a) + x} > a$

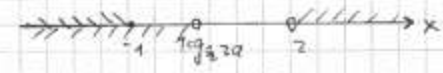
Якщо  $a \leq 0$ , то  $x \in \mathbb{R}$


Якщо  $a > 0$ :  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2(\pi a) + \cos^2(\pi a) + x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} a}$

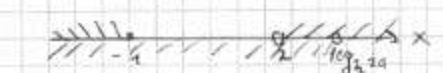
$2\sin^2(\pi a) + \cos^2(\pi a) - \sin^2(\pi a) + x < \log_{\frac{1}{2}} a$ ;  $1 + x < \log_{\frac{1}{2}} a$ ;  $x < \log_{\frac{1}{2}} 2a$

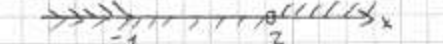
Якщо  $a > 0$ , то  $x < \log_{\frac{1}{2}} 2a$

3. а)   $\log_{\frac{1}{2}} 2a < -1$ ;  $2a > 2$ ;  $a > 1$   
Якщо  $a > 1$ , то  $x \in (-\infty; \log_{\frac{1}{2}} 2a) \cup [2; +\infty)$

б)   $\log_{\frac{1}{2}} 2a > -1$   
 $\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} 2a > -1 \\ \log_{\frac{1}{2}} 2a < 2 \end{cases} \Rightarrow$  Якщо  $a \in (\frac{1}{8}; 1)$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup [\log_{\frac{1}{2}} 2a; +\infty)$

в)   $\log_{\frac{1}{2}} 2a = -1 \Rightarrow$  Якщо  $a = 1$ , то  $x \in (-\infty; -1)$

г)   $\log_{\frac{1}{2}} 2a > 2 \Rightarrow$  Якщо  $a \in (0; \frac{1}{8})$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup [2; \log_{\frac{1}{2}} 2a)$

д)   $\log_{\frac{1}{2}} 2a = 2 \Rightarrow$  Якщо  $a = \frac{1}{8}$ , то  $x \in (-\infty; -1]$

е) Якщо  $a \leq 0$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

Якщо  $a \in (-\infty; 0]$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ ; Якщо  $a \in (1; +\infty)$ , то

Якщо  $a \in (\frac{1}{8}; 1)$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup [2; \log_{\frac{1}{2}} 2a)$

Відповідь:

Якщо  $a = 1$ , то  $x \in (-\infty; -1)$ ;  
Якщо  $a \in (0; \frac{1}{8})$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup [2; \log_{\frac{1}{2}} 2a)$ .

# Завдання 33

Завдання 33

Розв'язання:

1.  $\frac{x+1}{x-2} \geq 0$ ; Крити:  $\begin{matrix} x = -1 \\ x = 2 \end{matrix}$   $x \in (-1, 2] \cup (2, +\infty)$

2.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2(\pi a) + \cos^2(\pi a) + x} > a$

Якщо  $a \leq 0$ , то  $x \in \mathbb{R}$

Якщо  $a > 0$ :  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2(\pi a) + \cos^2(\pi a) + x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} a}$

$2\sin^2(\pi a) + \cos^2(\pi a) - \sin^2(\pi a) + x < \log_{\frac{1}{2}} a$ ;  $1 + x < \log_{\frac{1}{2}} a$ ;  $x < \log_{\frac{1}{2}} 2a$

Якщо  $a > 0$ , то  $x < \log_{\frac{1}{2}} 2a$

3. а)  $\log_{\frac{1}{2}} 2a < -1$ ;  $2a > 2$ ;  $a > 1$   
Якщо  $a > 1$ , то  $x \in (-\infty; \log_{\frac{1}{2}} 2a]$

б)  $\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} 2a > -1 \\ \log_{\frac{1}{2}} 2a < 2 \end{cases} \Rightarrow$  Якщо  $a \in (\frac{1}{8}; 1)$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup (2; \log_{\frac{1}{2}} 2a]$

в)  $\log_{\frac{1}{2}} 2a = -1 \Rightarrow$  Якщо  $a = 1$ , то  $x \in (-\infty; -1]$

г)  $\log_{\frac{1}{2}} 2a > 2 \Rightarrow$  Якщо  $a \in (0; \frac{1}{8})$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup (2; \log_{\frac{1}{2}} 2a]$

д)  $\log_{\frac{1}{2}} 2a = 2 \Rightarrow$  Якщо  $a = \frac{1}{8}$ , то  $x \in (-\infty; -1]$

е) Якщо  $a \leq 0$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$

Якщо  $a \in (-\infty; 0]$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$ ; Якщо  $a \in (1; +\infty)$ , то

Якщо  $a \in (\frac{1}{8}; 1)$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup (2; \log_{\frac{1}{2}} 2a)$

Якщо  $a = 1$ , то  $x \in (-\infty; -1]$

Якщо  $a \in (0; \frac{1}{8})$ , то  $x \in (-\infty; -1] \cup (2; \log_{\frac{1}{2}} 2a)$

Відповідь:

1

1

1

2

1

6

# Підготовка

---

до ЗНО-2020

# Формула успішної підготовки до ЗНО



## ЩО МОЖНА ПОРАДИТИ ВЧИТЕЛЮ?

На додаток до того, чого ви навчаєте, подумайте, про те, кого ви навчаєте і як ви навчаєте.

Це актуально для всіх учнів, але особливо для учнів із числа неблагополучних, а також для дівчат. Учителі повинні усвідомлювати, які елементи навчання можуть спричинити занепокоєння учнів або зменшити їхню впевненість у собі, і розглянути альтернативні методи навчання. Це може включати використання реальних ситуацій для застосування математичних понять, які вивчають учні, про що йшлося вище. Варто також визначити, як зробити математику більш актуальною для самих учнів, надаючи їм задачі, пов'язані з їхніми інтересами або досвідом. Використання задач, які мають стосунок до учнів, надає їм можливість побачити сенс у вивченні певної теми або поняття, що має посилити їхню мотивацію до навчання.

Готуйте учнів до того, чого необхідно чекати від математичних тестувань.

Проведення тренувальних тестів для учнів перед важливими іспитами не є новою практикою, але воно може збільшити впевненість учнів у своїх силах і допомогти їм зрозуміти умови і правила іспитів. Можливо, учні можуть поміркувати про перспективу зниження тривожності через обмеження часу для складання важливих іспитів. Вони можуть зрозуміти, як можна знизити рівень тривожності, пояснюючи дітям, із чим вони можуть стикнутися під час іспитів і надаючи чітку оцінку їхнім успіхам у вивченні математики.

Посібник «10 запитань від учителів математики і як PISA може допомогти відповісти на них», с. 74

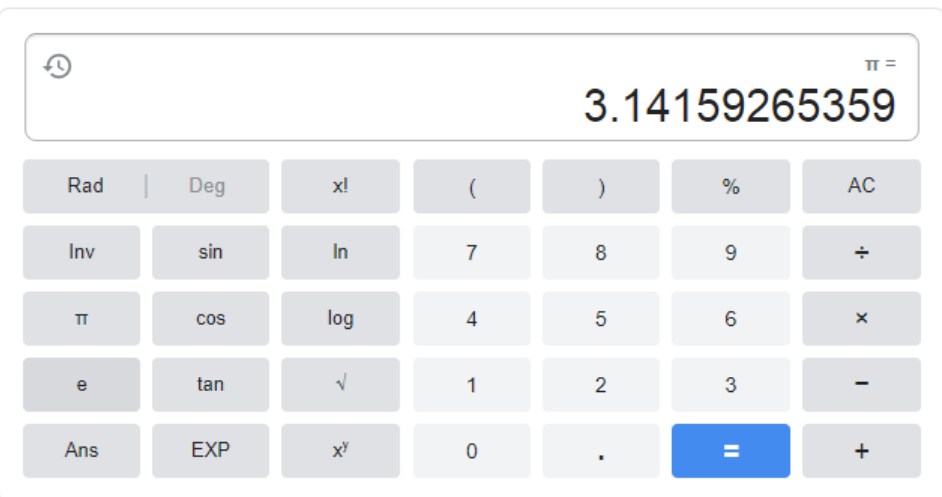
([http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/11/PISA\\_10-questions\\_MATH\\_UKR\\_1.pdf](http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/11/PISA_10-questions_MATH_UKR_1.pdf))  
Дослідження пробаційні методи й інструменти навчання математики.

Технології, включаючи програми динамічної геометрії, графічні калькулятори й програми для аналізу даних, можуть допомогти учням візуалізувати математичні задачі, підвищуючи мотивацію та інтерес до тієї чи іншої теми. Багато безкоштовних математичних пакетів, що пропонуються на інтернет-форумах для вчителів, а також



# Математика «на кінчиках пальців»

Google – [google.com](https://www.google.com) – не тільки пошук



Графики функцій  $x/2$ ,  $(x/2)^2$ ,  $\ln(x)$ ,  $\cos(\pi x/5)$

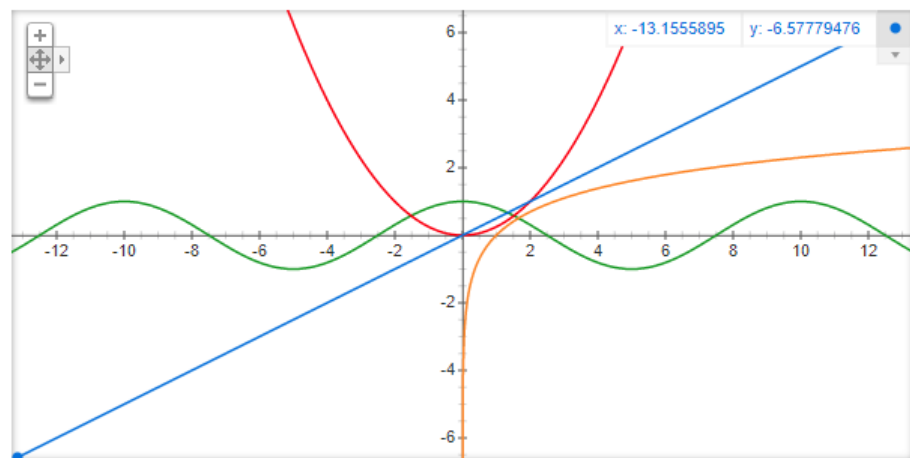
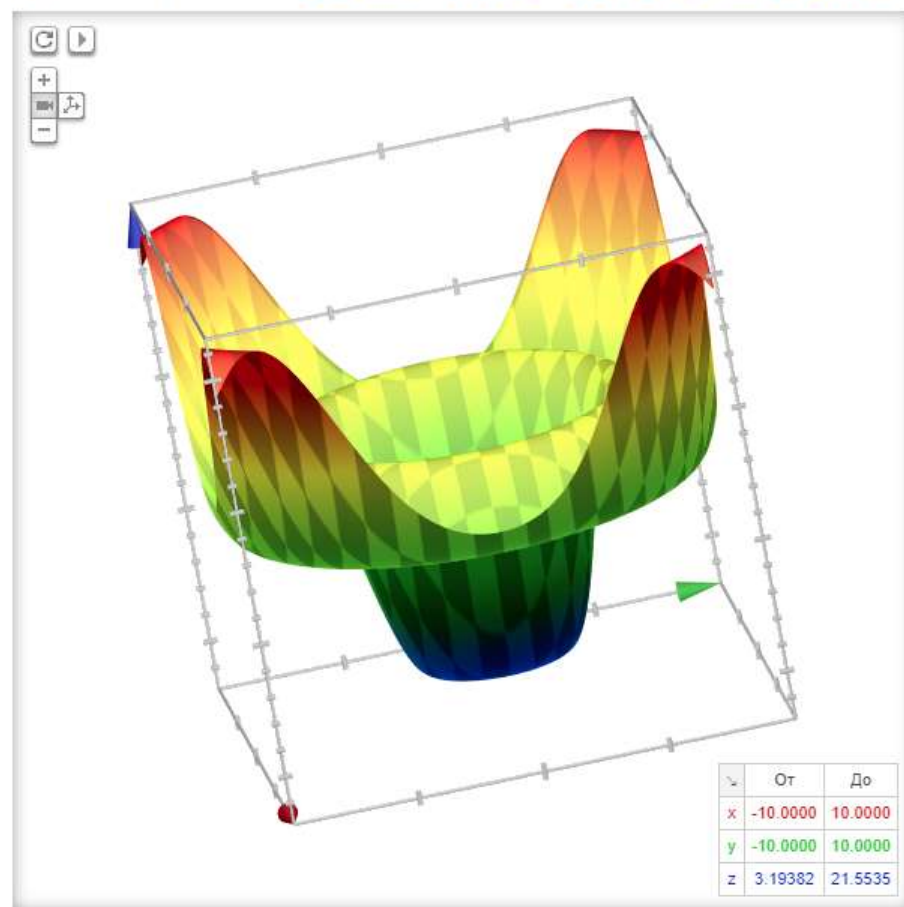
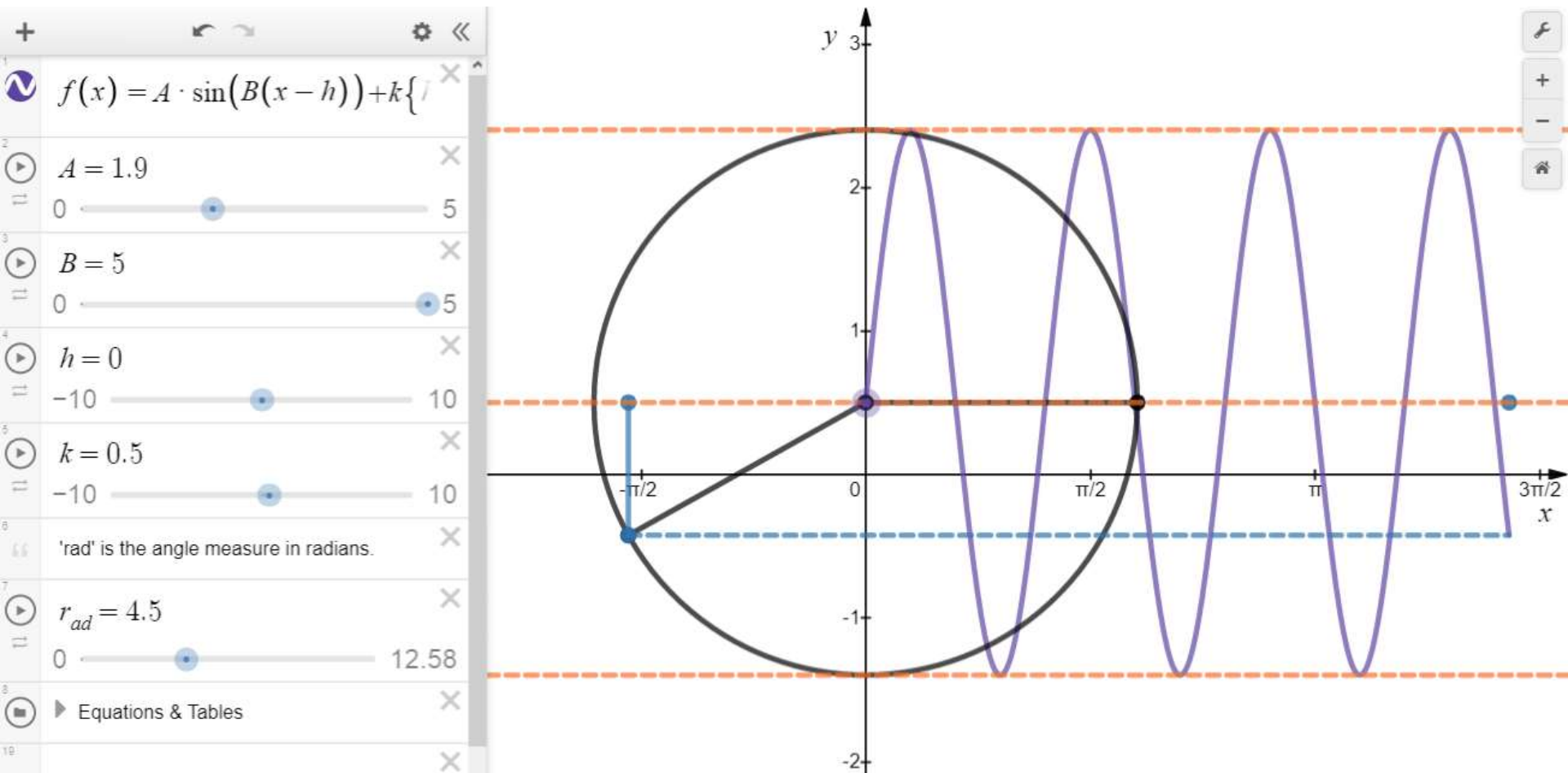


График функции  $\sqrt{x^2+y^2}+3\cos(\sqrt{x^2+y^2})+5$



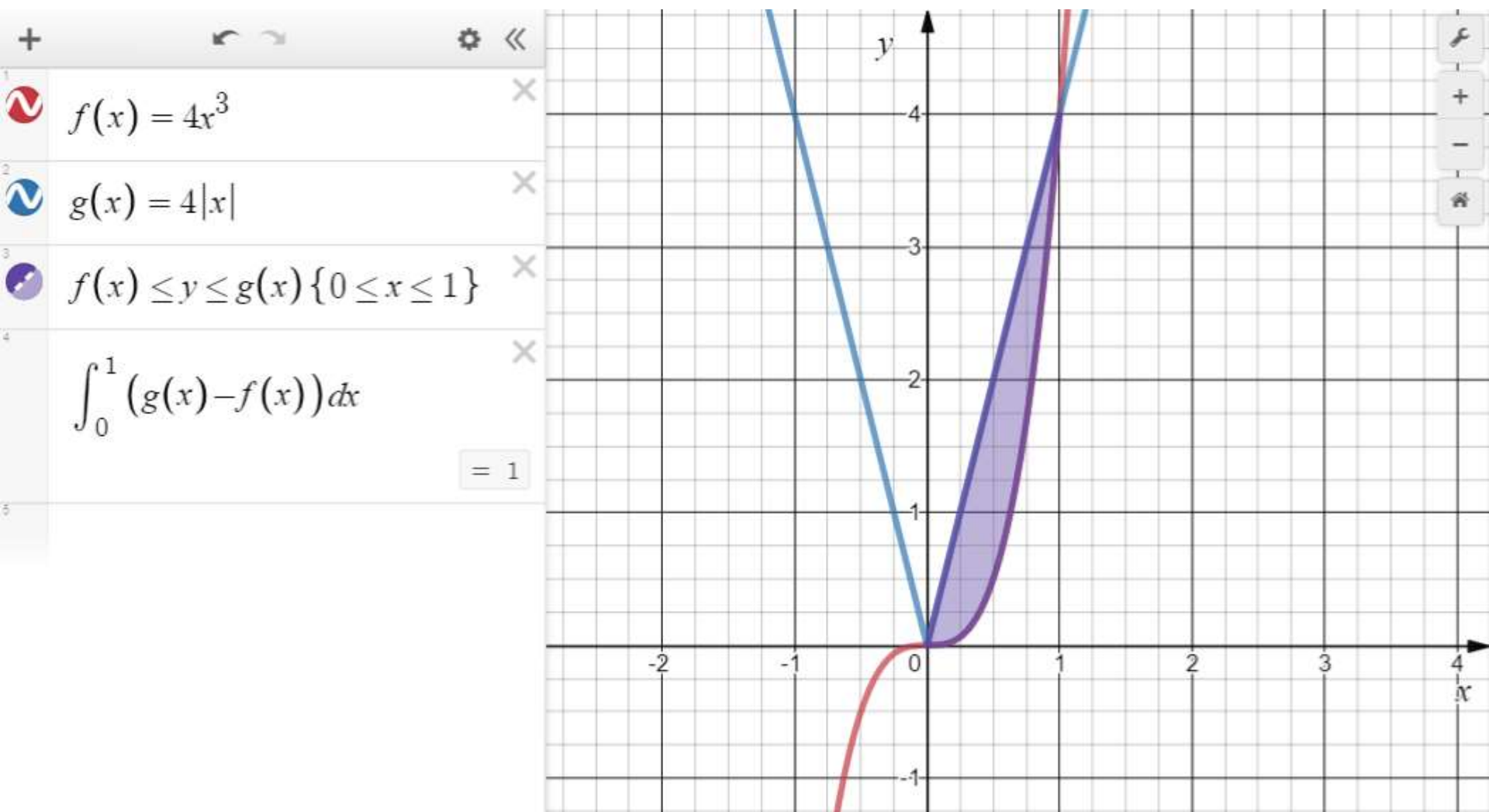
# Математика «на кінчиках пальців»

Desmos – [desmos.com](https://desmos.com) – графічний калькулятор



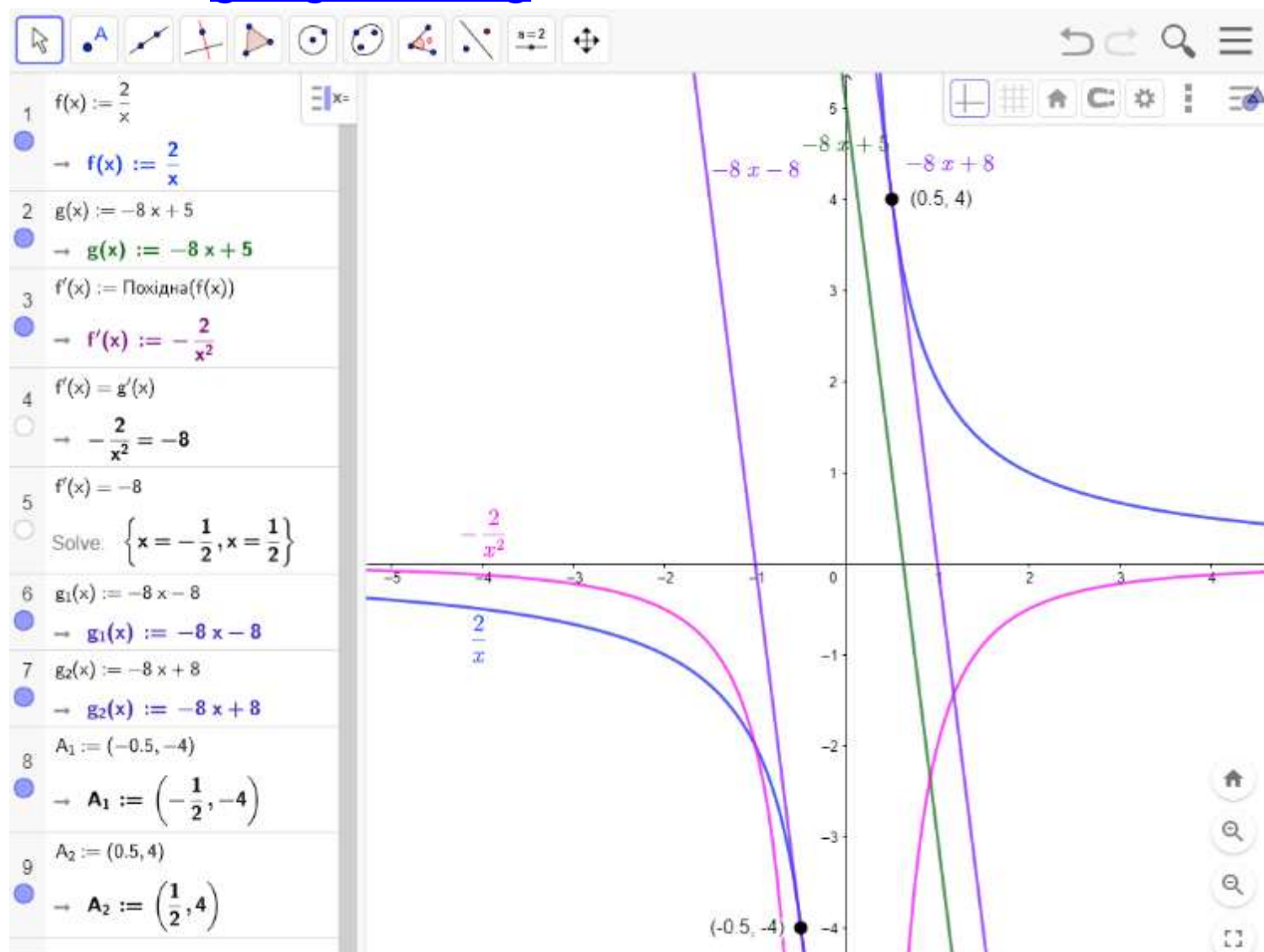
# Математика «на кінчиках пальців»

Desmos – [desmos.com](https://desmos.com) – графічний калькулятор



# Математика «на кінчиках пальців»

GeoGebra – [geogebra.org](http://geogebra.org) – система динамічної математики



# Математика «на кінчиках пальців»

GeoGebra – [geogebra.org](http://geogebra.org) – система динамічної математики

The screenshot displays the GeoGebra software interface. On the left, a list of objects is shown:

- $O = \text{Перетин(ВісьОрдинат, ВісьАплікат)}$   
→  $(0, 0, 0)$
- $O_1 = \text{Точка(ВісьАплікат)}$   
→  $(0, 0, 6)$
- $a : \text{Циліндр}(O, O_1, 3)$   
→ 169.65
- $D = \text{Точка}(d_2)$   
→  $(0.48, -2.96, 6)$
- $C = \text{Точка}(d_2)$   
→  $(-2.95, -0.57, 6)$
- Перетин( $f, c$ )  
→  $A = (0.48, -2.96, 0)$
- Перетин( $g, c$ )  
→  $B = (-2.95, -0.57, 0)$

The main 3D view shows a brown cylinder with its top center at  $O_1(0, 0, 6)$  and its base center at  $O(0, 0, 0)$ . A vertical dashed line  $d_2$  passes through  $O_1$  and  $O$ . A plane  $c$  is shown as a light blue surface. The intersection of the cylinder and the plane is a dashed ellipse. Points  $A$  and  $B$  are marked on the intersection line in the  $xy$ -plane. Points  $C$  and  $D$  are marked on the top edge of the cylinder. A dashed line  $d$  connects  $O$  to the center of the base ellipse. A dashed line  $a$  connects  $O_1$  to point  $D$ . The cylinder's radius is 3 units.

## ЩО МОЖНА ПОРАДИТИ ВЧИТЕЛЮ?

На додаток до того, чого ви навчаєте, подумайте, про те, кого ви навчаєте і як ви навчаєте.

Це актуально для всіх учнів, але особливо для учнів із числа неблагополучних, а також для дівчат. Учителі повинні усвідомлювати, які елементи навчання можуть спричинити занепокоєння учнів або зменшити їхню впевненість у собі, і розглянути альтернативні методи навчання. Це може включати використання реальних ситуацій для застосування математичних понять, які вивчають учні, про що йшлося вище. Варто також визначити, як зробити математику більш актуальною для самих учнів, надаючи їм задачі, пов'язані з їхніми інтересами або досвідом. Використання задач, які мають стосунок до учнів, надає їм можливість побачити сенс у вивченні певної теми або поняття, що має посилити їхню мотивацію до навчання.

Готуйте учнів до того, чого необхідно чекати від математичних тестувань.

Проведення тренувальних тестів для учнів перед важливими іспитами не є новою практикою, але воно може значно допомогти їм більш комфортно почуватися в умовах реальних іспитів. Коли це можливо, учителі також можуть поміркувати про перспективу зниження тривожності через обмеження часу для складання важливих іспитів певними днями. До того ж, можна знизити рівень тривожності, пояснюючи дітям, із чим вони можуть стикнутися під час іспитів і надаючи чітку оцінку їхнім успіхам у вивченні математики.

Посібник «10 запитань від учителів математики і як PISA може допомогти відповісти на них», с. 74

([http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/11/PISA\\_10-questions\\_MATH\\_UKR\\_1.pdf](http://pisa.testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/11/PISA_10-questions_MATH_UKR_1.pdf))

Дослідуйте нові методи й інструменти навчання математики. Технології, включаючи програми динамічної геометрії, графічні калькулятори й програми для аналізу даних, можуть допомогти учням візуалізувати математичні задачі, підвищуючи мотивацію та інтерес до тієї чи іншої теми. Багато безкоштовних математичних пакетів, що пропонуються на інтернет-форумах для вчителів, а також стандартні пакети програмного забезпечення для комп'ютерів, які використовують у закладах освіти, мають інструменти для обчислення значень математичних виразів і навіть графічні функції високого рівня. Але для всіх цих рішень систем, які були оцінені освітньою ТАНІС, характерно те, що вчителі наразі поділяються

# Дані про результати ЗНО-2019

- Регіональні дані – [testportal.gov.ua/reg](https://testportal.gov.ua/reg)
- Деперсоніфіковані дані – результати основної сесії усіх учасників тестування (результати за кожним предметом, місце тестування, заклад освіти, який закінчували, його підпорядкування) – [zno.testportal.com.ua/stat/2019](https://zno.testportal.com.ua/stat/2019)
- Офіційний звіт – [testportal.gov.ua/ofzvit](https://testportal.gov.ua/ofzvit)
- Успішність проходження ЗНО по навчальних закладах – [zno.testportal.com.ua/schools/login](https://zno.testportal.com.ua/schools/login)

# Корисні посилання

- [testportal.gov.ua](http://testportal.gov.ua) – сайт Українського центру оцінювання якості освіти: програми ЗНО, характеристика сертифікаційних робіт, тестові зошити ЗНО-2016, 2017, 2018, звіти ЗНО
- <https://drive.google.com/file/d/1MNMidyjelLFWoW-HJs1fLV402RB3yLZ/view>, <http://imzo.gov.ua/pidruchniki/elektronni-versiyi-pidruchnikiv>, <https://lib.imzo.gov.ua/handle/123456789/683> – сайт інституту модернізації змісту освіти: перелік рекомендованих підручників, електронні підручники
- [zno.osvita.ua](http://zno.osvita.ua) – сайт Освіта.UA: підготовка до ЗНО онлайн (за завданнями попередніх років)
- [prometheus.org.ua/zno](http://prometheus.org.ua/zno) – Prometheus: безкоштовні курси підготовки до ЗНО з української мови і літератури, математики, історії України





Телефон науково-методичного відділу:  
**(057) 705-39-10**

Електронна пошта для запитань:  
**[наука@zno-kharkiv.org.ua](mailto:наука@zno-kharkiv.org.ua)**

Сайт:  
**[zno-kharkiv.org.ua](http://zno-kharkiv.org.ua)**

Адреса:  
**майдан Свободи, 6, офіс 463, м. Харків, 61022**